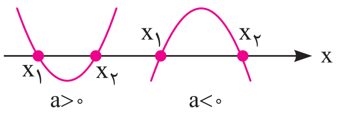
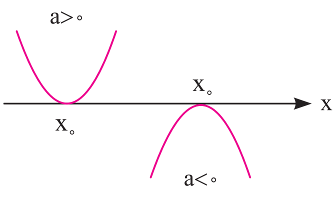
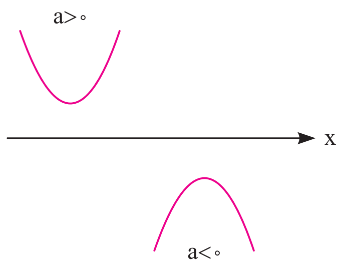
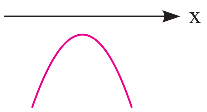
صفرهای تابع درجه دوم

برای یافتن صفرهای سهمی $y=ax^2+bx+c$ باید معادلهٔ $y=0$ یعنی معادلهٔ درجه دوم $ax^2+bx+c=0$ را حل کنیم که سه حالت زیر را داریم:

$x_1\ ,\ x_2=\dfrac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$		معادله دو جواب دارد و سهمی محور x ها را در دو نقطهٔ متمایز قطع می‌کند.	$\Delta>0$
$x_0=-\dfrac{b}{2a}$		معادله ریشهٔ مضاعف دارد و سهمی بر محور x ها مماس است.	$\Delta=0$
		معادله جواب ندارد و سهمی برخوردی با محور x ها ندارد.	$\Delta<0$

مثال ۳۷ *حدود m را چنان بیابید که نمودار سهمی $y=(m-1)x^2+\sqrt{3}x+m$ همواره زیر محور x ها باشد؟*



پاسخ: نمودار سهمی همواره زیر محور x ها باشد، یعنی باید به صورت مقابل باشد که شرایط آن بدین صورت است که سهمی باید رو به پایین بوده $(a<0)$ و با محور x ها برخوردی نداشته باشد $(\Delta<0)$، پس داریم:

$$a<0\Rightarrow m-1<0\Rightarrow m<1 \qquad (1)$$

$$\Delta<0\Rightarrow 3-4m(m-1)<0\Rightarrow 3-4m^2+4m<0\Rightarrow 4m^2-4m-3>0\ ,\ \ 4m^2-4m-3=0\Rightarrow \Delta=16-4\times4\times(-3)$$

$$\Rightarrow \Delta=16+48=64\Rightarrow m=\frac{4\pm8}{8}\Rightarrow m=-\frac{1}{2}\ ,\ m=\frac{3}{2}$$

m		$-\frac{1}{2}$		$\frac{3}{2}$	
$4m^2-4m-3$	$+$	0	$-$	0	$+$

$$\Rightarrow m<-\frac{1}{2}\ \text{یا}\ m>\frac{3}{2} \qquad (2)$$

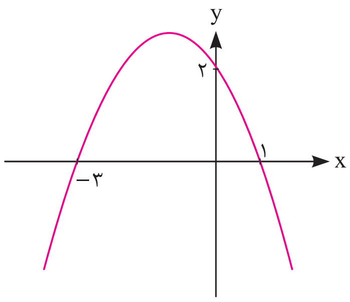
بین (۱) و (۲) باید اشتراک بگیریم.

$$(1)\cap(2): m<-\frac{1}{2}$$

نکته اگر نمودار سهمی $y=ax^2+bx+c$ محور x ها را در دو نقطه با طول‌های x_1 و x_2 قطع کند، یعنی x_1 و x_2 صفرهای تابع باشند، ضابطهٔ تابع را می‌توان به صورت $y=a(x-x_1)(x-x_2)$ نوشت. به عنوان نمونه تابع $y=2x^2-5x+3$ را در نظر بگیرید:

$$y=0\Rightarrow 2x^2-5x+3=0 \xrightarrow{\text{جمع ضرایب}=0} x_1=1\ ,\ x_2=\frac{3}{2}\Rightarrow y=2x^2-5x+3=2\left(x-\frac{3}{2}\right)(x-1)$$

مثال ۳۸ *نمودار سهمی $y=ax^2+bx+c$ به صورت مقابل است. ضابطهٔ آن را بنویسید.*



پاسخ: سهمی در دو نقطهٔ $x_1=1$ و $x_2=-3$ محور x ها را قطع کرده است. پس ضابطهٔ سهمی را می‌توان به صورت $y=a(x+3)(x-1)$ نوشت. از طرفی سهمی محور y ها را در عرض ۲ قطع کرده، پس داریم:

$$y=a(x+3)(x-1)\xrightarrow[y=2]{x=0} 2=a\times3\times(-1)\Rightarrow a=-\frac{2}{3}$$

$$y=-\frac{2}{3}(x+3)(x-1)=-\frac{2}{3}(x^2+2x-3)=-\frac{2}{3}x^2-\frac{4}{3}x+2$$

تعیین علامت ریشه‌های معادلهٔ درجه دوم بدون حل

ریشه‌های معادلهٔ درجه دوم $ax^2+bx+c=0$ از لحاظ علامت سه حالت دارند که شرایط آن‌ها به صورت زیر است:

توضیحات	شرایط	علامت ریشه‌ها
چون a و c مختلف‌العلامت هستند، قطعاً $\Delta=b^2-4ac$ مثبت است و چون ضرب ریشه‌ها منفی است $(x_1x_2<0)$، دو ریشه مختلف‌العلامت هستند.	$P=\frac{c}{a}<0$	دو ریشهٔ مختلف‌العلامت
باید $\Delta>0$ باشد که معادله دو ریشهٔ حقیقی داشته باشد. چون دو ریشه مثبت هستند، پس مجموع و حاصل‌ضرب آن‌ها نیز مثبت است.	$\Delta>0$ $S=-\frac{b}{a}>0$ $P=\frac{c}{a}>0$	دو ریشهٔ مثبت متمایز حقیقی
باید $\Delta>0$ باشد که معادله دو ریشهٔ حقیقی داشته باشد، چون دو ریشه منفی هستند، مجموع آن‌ها، منفی و حاصل‌ضربشان، مثبت است.	$\Delta>0$ $S=-\frac{b}{a}<0$ $P=\frac{c}{a}>0$	دو ریشهٔ منفی متمایز حقیقی

مثال ۳۹ *در معادلهٔ درجه دوم $(m-1)x^2-3mx+m^2=4$، حدود m را چنان بیابید که معادله دو ریشهٔ مختلف‌العلامت داشته باشد؟*

پاسخ: برای داشتن دو ریشهٔ مختلف‌العلامت، باید $\frac{c}{a}$ منفی باشد، پس داریم:

$$(m-1)x^2-3mx+m^2-4=0$$

$$\frac{c}{a}<0\Rightarrow\frac{m^2-4}{m-1}<0$$

کسر فوق را تعیین علامت می‌کنیم.

$$m^2-4=0\Rightarrow m=\pm2$$

$$m-1=0\Rightarrow m=1$$

m	$-\infty$ تا -2	-2 تا 1	1 تا 2	2 تا $+\infty$
m^2-4	+	−	−	+
$m-1$	−	−	+	+
$\frac{m^2-4}{m-1}$	−	+	−	+

(در $m=1$: ت ن)

$$\Rightarrow m<-2 \quad \text{یا} \quad 1<m<2$$

مثال ۴۰ *حدود m را چنان بیابید که نمودار سهمی $f(x)=mx^2+(m+3)x-1$ محور x ها را در دو نقطهٔ متمایز به طول‌های منفی قطع کند.*

پاسخ: معادلهٔ $f(x)=0$ باید دو ریشه متمایز منفی داشته باشد که شرایط آن به صورت زیر است:

$$mx^2+(m+3)x-1=0$$

$$\Delta>0\Rightarrow(m+3)^2-4m(-1)>0\Rightarrow m^2+6m+9+4m>0\Rightarrow m^2+10m+9>0\Rightarrow(m+1)(m+9)>0$$

m		-9		-1	
$m^2+10m+9$	+	0	−	0	+

$$\Rightarrow m<-9 \quad \text{یا} \quad m>-1 \qquad (1)$$

$$P=\frac{c}{a}>0\Rightarrow\frac{-1}{m}>0\Rightarrow m<0 \qquad (2)$$

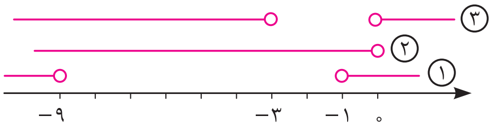
$$S=-\frac{b}{a}<0\Rightarrow-\frac{m+3}{m}<0\xrightarrow{\times(-1)}\frac{m+3}{m}>0$$

m		-3		0	
$\frac{m+3}{m}$	$+$	0	$-$	ت ن	$+$

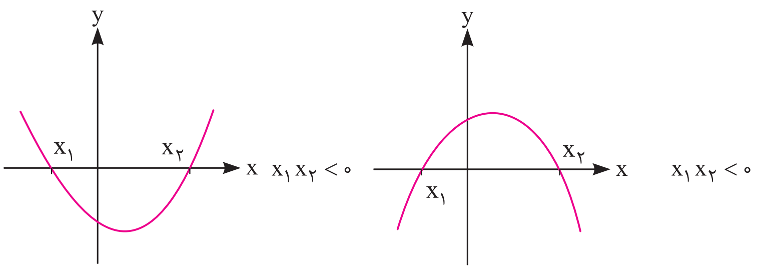
$\Rightarrow m<-3$ یا $m>0$ (۳)

اشتراک (۱)، (۲) و (۳) جواب مسئله است که به کمک رسم محور داریم:

$(1)\cap(2)\cap(3):\ m<-9$



نکته شرط آن که سهمی $y=ax^2+bx+c$ از هر ۴ ناحیهٔ صفحهٔ مختصات عبور کند، آن است که معادله $y=0$ یعنی $ax^2+bx+c=0$ دو ریشه مختلف‌العلامت داشته باشد، یعنی: $\frac{c}{a}<0$



مثال ۴۱ *اگر نمودار سهمی $y=(m-1)x^2+x+m+2$ از هر ۴ ناحیهٔ صفحهٔ مختصات عبور کند، حدود m را بیابید.*

پاسخ: طبق نکتهٔ فوق باید $\frac{c}{a}$ منفی باشد که داریم:

$\frac{m+2}{m-1}<0\Rightarrow$

m		-2		1	
$\frac{m+2}{m-1}$	$+$	0	$-$	ت ن	$+$

$\Rightarrow -2<m<1$

حل معادلهٔ درجه ۳

برای حل معادلهٔ درجهٔ ۳، یکی از ریشه‌ها $(x=a)$ داده می‌شود. با تقسیم معادله بر عبارت درجه اول $(x-a)$، معادله را تجزیه می‌کنیم و سپس معادله را حل می‌کنیم.

مثال ۴۲ *اگر $x=1$ یکی از صفرهای تابع $f(x)=x^3+x^2+ax+1$ باشد، صفرهای دیگر تابع را در صورت وجود بیابید.*

پاسخ: $x=1$ یکی از صفرهای تابع است، پس $f(1)=0$ و داریم:

$$f(1)=1+1+a+1=0\Rightarrow a=-3\Rightarrow f(x)=x^3+x^2-3x+1$$

حال x^3+x^2-3x+1 را بر $x-1$ تقسیم می‌کنیم.

$$\begin{array}{l|l} x^3+x^2-3x+1 & x-1 \\ \hline -(x^3-x^2) & x^2+2x-1 \\ \quad 2x^2-3x+1 & \\ \quad -(2x^2-2x) & \\ \qquad -x+1 & \\ \qquad -(-x+1) & \\ \qquad\quad 0 & \end{array}$$

$$\Rightarrow f(x)=(x-1)(x^2+2x-1)\xrightarrow{f(x)=0}(x-1)(x^2+2x-1)=0\Rightarrow x=1\ ,\ x^2+2x-1=0\Rightarrow \Delta=4+4=8\Rightarrow x_1,x_2=\frac{-2\pm2\sqrt{2}}{2}=-1\pm\sqrt{2}$$

صفرهای دیگر تابع، $x_1,x_2=-1\pm\sqrt{2}$ هستند.

معادلات قابل تبدیل به معادلهٔ درجه دوم

در بعضی از معادلات، با استفاده از یک تغییر متغیر مناسب، می‌توان آن معادله را به یک معادلهٔ درجه دوم تبدیل کرد.

مثال ۴۳ *معادلات زیر را حل کنید.*

الف) $x^4-5x^2+4=0$

ب) $(x^2+x+1)^2+3(x^2+x+1)=4$

پاسخ: الف) از تغییر متغیر $x^2=t$ استفاده کرده و داریم:

$$x^2=t\Rightarrow x^4=t^2\Rightarrow t^2-5t+4=0\Rightarrow(t-1)(t-4)=0\Rightarrow\begin{cases}t=1\Rightarrow x^2=1\Rightarrow x=\pm1\\ t=4\Rightarrow x^2=4\Rightarrow x=\pm2\end{cases}$$

ب) با استفاده از تغییر متغیر $x^۲+x+۱=t$ داریم:

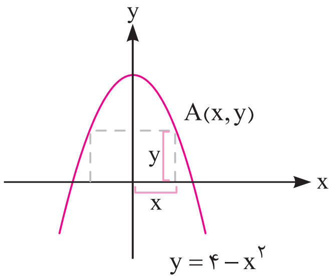
$$t^۲+۳t-۴=۰ \Rightarrow (t-۱)(t+۴)=۰ \Rightarrow t=۱,-۴$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t=۱ \Rightarrow x^۲+x+۱=۱ \Rightarrow x^۲+x=۰ \Rightarrow x(x+۱)=۰ \Rightarrow x=۰\ ,\ x=-۱ \\ t=-۴ \Rightarrow x^۲+x+۱=-۴ \Rightarrow x^۲+x+۵=۰ \Rightarrow \Delta=۱-۲۰=-۱۹<۰ \ \text{معادله جواب حقیقی ندارد.} \end{cases}$$

مسائل کاربردی ماکزیمم و مینیمم

در بعضی از مسایل کاربردی، به دنبال آن هستیم که کمیتی ماکزیمم یا مینیمم شود. در این مسایل برای کمیتی که می‌خواهیم ماکزیمم یا مینیمم شود، با توجه به اطلاعات مسئله یک تابع درجه دوم به دست می‌آوریم. سپس با استفاده از ماکزیمم یا مینیمم تابع درجه دوم، مسئله را حل می‌کنیم.

مثال ۴۴ *یک ضلع مستطیلی روی محور* x*ها و دو رأس دیگر آن بالای محور* x*ها و روی سهمی* $y=۴-x^۲$ *قرار دارد. بیشترین محیط این مستطیل را بیابید.*



پاسخ: نمودار سهمی $y=۴-x^۲$ و مستطیل مورد نظر به صورت زیر است. با فرض نقطهٔ $A(x,y)$ بر روی سهمی، محیط مستطیل را به صورت تابعی برحسب x می‌نویسیم.

$$\text{محیط مستطیل}: P=۴x+۲y \xrightarrow{y=۴-x^۲} P=۴x+۲(۴-x^۲)=-۲x^۲+۴x+۸$$

حال ماکزیمم تابع درجه دوم فوق را می‌یابیم.

$$x=-\frac{b}{۲a}=-\frac{۴}{۲(-۲)}=۱ \Rightarrow P_{max}=-۲(۱)^۲+۴\times۱+۸=۱۰ \quad \text{یا} \quad P_{max}=\frac{-\Delta}{۴a}=\frac{-(۱۶-۴(-۲)(۸))}{۴(-۲)}=\frac{-۸۰}{-۸}=۱۰$$

ریشهٔ مشترک دو معادلهٔ درجه دوم

ممکن است دو معادلهٔ درجه دوم یک ریشهٔ مشترک داشته باشند. برای یافتن این ریشهٔ مشترک در صورت وجود، بین دو معادله، جملهٔ شامل $x^۲$ را حذف می‌کنیم تا به یک معادلهٔ درجهٔ اول برسیم. ریشهٔ این معادلهٔ درجهٔ اول اگر در معادلات درجهٔ دو اولیه صدق کند، ریشه مشترک دو معادله درجه دو است، در غیر این صورت دو معادله، ریشه مشترک ندارند.

مثال ۴۵ *در هر مورد در صورت وجود، ریشهٔ مشترک دو معادلهٔ درجه دوم را بیابید.*

الف) $x^۲+۹x-۲۲=۰\ ,\ ۲x^۲+x-۱۰=۰$ 　　*ب)* $x^۲+۳x-۳=۰\ ,\ ۲x^۲+۴x-۴=۰$

پاسخ: بین دو معادله، جملهٔ شامل $x^۲$ را حذف می‌کنیم.

الف $\begin{cases} x^۲+۹x-۲۲=۰ \\ ۲x^۲+x-۱۰=۰ \end{cases} \xrightarrow{\times(-۲)} \begin{cases} -۲x^۲-۱۸x+۴۴=۰ \\ ۲x^۲+x-۱۰=۰ \end{cases} \Rightarrow -۱۷x+۳۴=۰ \Rightarrow ۱۷x=۳۴ \Rightarrow x=۲$

توجه کنید که $x=۲$ در یکی از معادله‌های اولیه هم صدق کند، ریشهٔ مشترک است.

$$x^۲+۹x-۲۲=۰ \xrightarrow{x=۲} ۴+۱۸-۲۲=۰ \Rightarrow ۲۲-۲۲=۰ \ \checkmark$$

پس $x=۲$ ریشهٔ مشترک است.

ب) $\begin{cases} x^۲+۳x-۳=۰ \xrightarrow{\times(-۱)} \\ ۲x^۲+۴x-۴=۰ \xrightarrow{\div ۲} \end{cases} \begin{cases} -x^۲-۳x+۳=۰ \\ x^۲+۲x-۲=۰ \end{cases} \Rightarrow -x+۱=۰ \Rightarrow x=۱$

$$x^۲+۳x-۳=۰ \xrightarrow{x=۱} ۱+۳-۳=۰ \Rightarrow ۱=۰ \ \text{نادرست}$$

پس دو معادله، ریشهٔ مشترک ندارند.

بررسی وضعیت خط و سهمی یا دو سهمی نسبت به هم

برای بررسی وضعیت خط $f(x)=mx+h$ و سهمی $g(x)=ax^۲+bx+c$ یا دو سهمی $f(x)=mx^۲+nx+k$ و $g(x)=ax^۲+bx+c$، معادلهٔ $f(x)=g(x)$ را تشکیل داده و تمام جملات را به یک طرف منتقل می‌کنیم تا یک معادلهٔ درجه دوم به دست آید. به این معادله، معادلهٔ تلاقی می‌گوییم و برحسب ریشه‌های آن سه حالت داریم:

الف) معادلهٔ تلاقی دو ریشهٔ متمایز داشته باشد؛ یعنی دو نمودار در دو نقطهٔ متمایز متقاطع هستند.

ب) معادلهٔ تلاقی ریشهٔ مضاعف داشته باشد؛ یعنی دو نمودار در یک نقطه بر هم مماس هستند.

ج) معادلهٔ تلاقی ریشهٔ حقیقی نداشته باشد؛ یعنی دو نمودار برخوردی ندارند.

مثال ۴۶ *خط* $f(x)=۲-۳x$ *و سهمی* $g(x)=x^۲+x$ *نسبت به هم چه وضعیتی دارند؟*

پاسخ: معادلهٔ $f=g$ را تشکیل می‌دهیم.

$$x^۲+x=۲-۳x \Rightarrow x^۲+۴x-۲=۰ \Rightarrow \Delta=۱۶-۴(-۲)=۲۴>۰$$

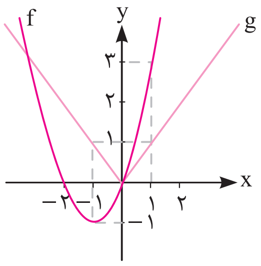
معادله دو ریشهٔ متمایز حقیقی دارد، پس خط و سهمی در دو نقطه متقاطع هستند.

روش هندسی حل معادله

در این روش معادلهٔ داده شده را به صورت $f(x)=g(x)$ در نظر می‌گیریم. سپس نمودار دو تابع $y=f(x)$ و $y=g(x)$ را در صفحهٔ مختصات رسم می‌کنیم. طول نقاط برخورد نمودار دو تابع، جواب‌های معادله است. این روش در اغلب موارد برای یافتن تعداد و علامت ریشه‌ها مفید است و مقدار دقیق ریشه را نمی‌دهد.

مثال ۴۷ *معادلهٔ $x^2-|x|+2x=0$ را به روش هندسی حل کنید.*

پاسخ: معادله را به صورت $x^2+2x=|x|$ نوشته و با فرض $f(x)=x^2+2x$ و $g(x)=|x|$، نمودار توابع f و g را رسم می‌کنیم.



$$f(x)=x^2+2x\ ,\ \text{رأس}\ x=-\frac{b}{2a}=-\frac{2}{2}=-1 \Rightarrow \text{رأس}\ y=f(-1)=1-2=-1 \Rightarrow \text{رأس}:(-1,-1)$$

$$f(x)=0 \Rightarrow x^2+2x=0 \Rightarrow x(x+2)=0 \Rightarrow x=0,-2$$

f و g در $x=0$ و یک نقطه با طول منفی متقاطع هستند. پس معادلهٔ $x^2-|x|+2x=0$ یک ریشهٔ صفر و یک ریشهٔ منفی دارد. البته حدس می‌زنیم که ریشهٔ منفی، $x=-3$ باشد، که با امتحان کردن در معادله داریم:

$$x^2+2x=|x| \xrightarrow{x=-3} 9-6=|-3| \Rightarrow 3=3$$

بنابراین $x=-3$ ریشه منفی معادله است.

۱ سؤالات امتحانی درس دوم

جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

۲۶. حاصل‌ضرب جواب‌های معادلهٔ $2x^2-x=5$ برابر .... است.

۲۷. رأس سهمی $y=3x^2+6x+2$ نقطهٔ .... است.

۲۸. سهمی $y=x^2+7x+2$ محور x ها را در دو نقطه با طول‌های .... قطع می‌کند. (مثبت / منفی)

۲۹. مینیمم تابع $f(x)=x^2+4x-2$ برابر .... است.

کدام‌یک از موارد زیر درست و کدام‌یک نادرست است؟

۳۰. مجموع ریشه‌های معادلهٔ $(x+1)^2=5x+3$ برابر ۳- است. ☐ درست ☐ نادرست

۳۱. ماکزیمم تابع $y=-x^2+8x-1$ برابر ۱۵ است. ☐ درست ☐ نادرست

۳۲. سهمی $y=-x^2+x+4$ محور x ها را در دو نقطه با طول‌های مختلف‌العلامت قطع می‌کند. ☐ درست ☐ نادرست

۳۳. در معادلهٔ $x^2+x-3=0$ مجموع مربعات ریشه‌ها برابر ۵ است. ☐ درست ☐ نادرست

گزینهٔ صحیح را انتخاب کنید.

۳۴. در معادلهٔ $x^2-8x+m=0$ یک ریشه از نصف ریشهٔ دیگر، ۵ واحد بیشتر است، m کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۲ ۳) ۱۴ ۴) ۱۵

۳۵. اگر یک جواب معادلهٔ $x^3-2x^2+ax+2=0$ مساوی ۲ باشد، جواب‌های دیگر معادله کدام است؟

۱) ± 1 ۲) ± 3 ۳) ۲- و ۳ ۴) ۲- و ۱

۳۶. در معادلهٔ $x^2+(k+1)x+k+1=0$، حدود k را چنان تعیین کنید که معادله ریشهٔ حقیقی نداشته باشد.

۳۷. یک قالی در اتاقی به ابعاد ۶ متر در ۴ متر طوری قرار گرفته است که فاصلهٔ هر طرف آن تا کنار دیوار اتاق یکسان است. اگر مساحت قالی ۸ مترمربع باشد، فاصلهٔ هر طرف قالی تا دیوار چقدر است؟

۳۸. اگر α و β ریشه‌های معادلهٔ $x^2+3x-5=0$ باشند، حاصل عبارت $\frac{\beta+2}{\alpha+1}+\frac{\alpha+2}{\beta+1}$ چقدر است؟

.۳۹ در معادلهٔ $2x^2-8x+m+2=0$، مقدار m را طوری بیابید که یکی از ریشه‌های آن ۲ واحد بزرگتر از ریشهٔ دیگر باشد.
(دبیرستان فرزانگان ۳ کرج ـ دی ۱۴۰۰)

.۴۰ m را طوری تعیین کنید که یکی از ریشه‌های معادلهٔ $mx^2-4x+1=0$ سه برابر ریشهٔ دیگر باشد. *(دبیرستان تلاش ـ دی ۹۹)*

.۴۱ اگر α و β ریشه‌های معادلهٔ $x^2-2x-6=0$ باشند، حاصل عبارت $(\alpha^2-6)^2+4\beta^2$ را بیابید.

.۴۲ اگر α و β ریشه‌های معادلهٔ $x^2-5x-3=0$ باشند، حاصل عبارت‌های زیر را بیابید.

الف) $\alpha^2+5\beta+2$

ب) $\dfrac{10\alpha^2}{\alpha^2-3}+\dfrac{10\beta^2}{\beta^2-3}$

.۴۳ در معادلهٔ $3x^2-10x+m^2=6$، مقدار m را چنان بیابید که ریشه‌های معادله معکوس یکدیگر باشند؟

.۴۴ در معادلهٔ $mx^2+(m^2-4)x+5=0$ مقدار m را چنان بیابید که معادله دو ریشهٔ حقیقی قرینهٔ هم داشته باشد. *(توسعه و صنعت ـ دی ۹۹)*

.۴۵ اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادلهٔ $x^2-(m+1)x-8=0$ باشند، مقدار m را چنان بیابید که رابطهٔ $x_1=x_2^2$ برقرار باشد.

.۴۶ در هر مورد معادلهٔ درجه دومی بنویسید که ریشه‌هایش دو عدد داده شده باشند.

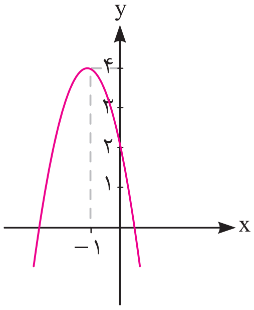
الف) $5+\sqrt{3}\ ,\ 5-\sqrt{3}$

ب) $\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}\ ,\ \dfrac{1}{2-\sqrt{3}}$

.۴۷ اگر α و β جواب‌های معادلهٔ $3x^2-5x-3=0$ باشند، معادلهٔ درجه دومی بنویسید که جواب‌های آن $\dfrac{1}{\alpha-1}$ و $\dfrac{1}{\beta-1}$ باشد.
(دبیرستان فرزانگان ۶ تهران ـ دی ۱۴۰۱)

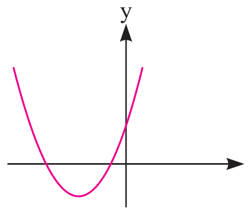
.۴۸ تابع $f(x)=ax^2+bx+c$ را چنان بیابید که از مبدأ مختصات بگذرد و در نقطه‌ای به طول $x=1$ دارای مینیممی برابر -1 باشد.

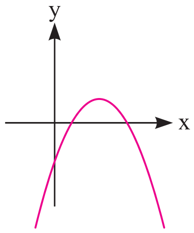
.۴۹ ضابطهٔ سهمی مقابل را بیابید.



.۵۰ m را چنان بیابید که سهمی $y=(m-2)x^2-3x+m+2$ بالای محور xها و مماس بر آن باشد. *(دبیرستان حکمت ـ دی ۱۴۰۰)*

.۵۱ در هر مورد نمودار سهمی $y=ax^2+bx+c$ رسم شده است. علامت ضرایب a، b و c را تعیین کنید.

الف)


ب)


.۵۲ حدود m را چنان بیابید که معادلهٔ $(1-m)x^2-6x+3=0$ دو ریشهٔ متمایز مثبت داشته باشد.

.۵۳ مقدار m را چنان بیابید که یکی از صفرهای تابع $f(x)=x^3+mx^2-x-2$ برابر -2 باشد و سپس صفرهای دیگر تابع را بیابید.