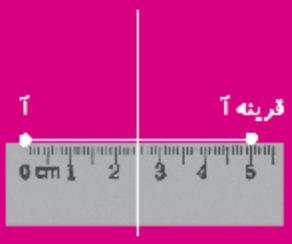
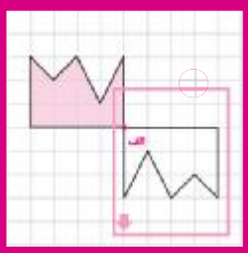


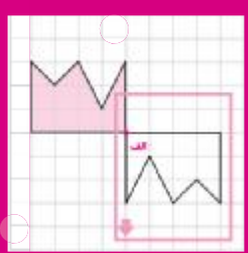
# واحد ۶
# تقارن و مختصات

- مرکز تقارن و تقارن مرکزی
- محور تقارن و تقارن محوری
- مرکز و محور تقارن شکل‌های خاص
- مرکز و محور تقارن چندضلعی‌های منتظم
- دوران و تقاطع چرخشی
- مختصات نقطه در دستگاه مختصات
- شکل‌های هندسی هندسی در دستگاه مختصات
- تقارن در دستگاه مختصات

معماری اسلامی ایران، نماد یک معماری اصولی است. یکی از اصول به‌کاررفته در آن، تقارن می‌باشد. تقارن در بسیاری از بناهای اسلامی مورد استفاده قرار گرفته است.

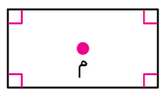
اصل تقارن در نماهای مساجد اسلامی همچون شیخ لطف‌الله و مسجد جامع اصفهان بسیار وجود دارد و در اکثر نماهای مساجد اسلامی برقرار است.

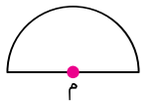
تقارن در عین عدم تقارن از ویژگی‌های خاص معماری ایرانی است.

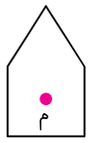


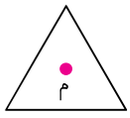
## پیش‌آزمون

**۱. در کدام شکل نقطه‌ی (م) مرکز تقارن است؟**

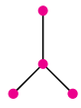
۱) 

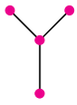

۲) 

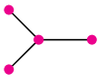

۳) 


۴) 


**۲. قرینه شکل روبه‌رو نسبت به نقطه‌ی (آ) در کدام گزینه آمده است؟**

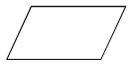
۱) 

۲) 

۳) 

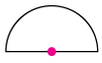
۴)

**۳. کدام شکل بیش از یک محور تقارن دارد؟**

۱) 

۲)

۳)

۴) 

**۴. کدام گزینه نادرست است؟**

۱) مربع دارای ۴ محور تقارن است.

۲) هیچ مثلثی مرکز تقارن ندارد.

۳) لوزی مرکز تقارن ندارد.

۴) متوازی‌الاضلاع مرکز تقارن دارد.

**۵. کدام جمله درست است؟**

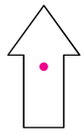
۱) پنج‌ضلعی منتظم ۵ محور تقارن دارد و مرکز تقارن ندارد.

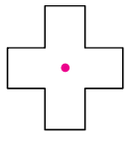
۲) هشت‌ضلعی منتظم فقط محور تقارن دارد.

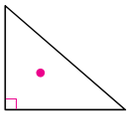
۳) هر شکلی که محور تقارن داشته باشد مرکز تقارن نیز دارد.

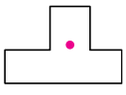
۴) سه‌ضلعی منتظم هم محور تقارن دارد و هم مرکز تقارن دارد.

**۶. کدام‌یک از شکل‌های زیر تقارن چرخشی دارد؟**

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

**۷. مقدار ○ چه عددی باشد تا نقطه‌ی $\text{آ} = \begin{bmatrix} ۳-○ \\ ۲+○ \end{bmatrix}$ روی محور عرض‌ها باشد؟**

۱) $-۲$ ۲) ۳ ۳) صفر ۴) ۲

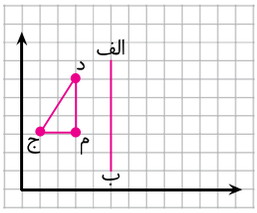
**۸. مورچه‌ای در صفحه‌ی مختصات از نقطه‌ی $A = \begin{bmatrix} ۵ \\ ۲ \end{bmatrix}$ شروع به حرکت می‌کند. او ابتدا ۲ واحد به سمت بالا، سپس ۴ واحد به سمت چپ و بعد از آن ۱ واحد به سمت پایین و در پایان ۶ واحد به سمت راست حرکت می‌کند. اکنون مورچه در چه نقطه‌ای قرار دارد؟**

۱) $\begin{bmatrix} ۹ \\ ۱ \end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix} ۷ \\ ۵ \end{bmatrix}$ ۳) $\begin{bmatrix} ۷ \\ ۳ \end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix} ۶ \\ ۳ \end{bmatrix}$

**۹.** اگر مختصات رأس‌های یک لوزی $\begin{bmatrix}۳\\۴\end{bmatrix}$ ، $\begin{bmatrix}۰\\۲\end{bmatrix}$ ، $\begin{bmatrix}۳\\۰\end{bmatrix}$ ، $\begin{bmatrix}۶\\۲\end{bmatrix}$ باشند با ضرب کردن مختصات رأس‌های این لوزی در ۳ (یعنی طول و عرض همه‌ی رأس‌ها را سه برابر کنیم، لوزی جدید به وجود می‌آید. مساحت این لوزی جدید چه عددی است؟

۱) ۱۲ ۲) ۲۴ ۳) ۷۲ ۴) ۱۰۸

**۱۰.** در صفحه‌ی مختصات زیر اگر قرینه‌ی مثلث را نسبت به خط (الف ب) رسم کنیم، کدام مختصات مربوط به نقطه‌ی (ج) می‌شود؟



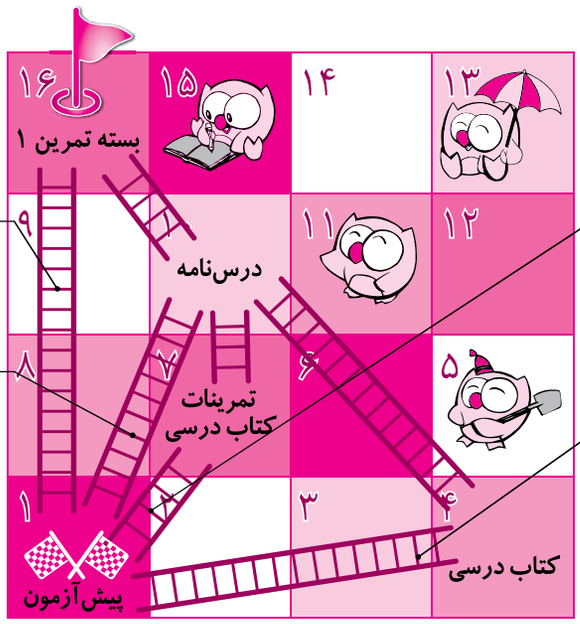

۱) $\begin{bmatrix}۹\\۳\end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix}۸\\۳\end{bmatrix}$

۳) $\begin{bmatrix}۳\\۹\end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix}۳\\۱\end{bmatrix}$

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۱. | ۱ ۲ ۳ ۴ | ۳. | ۱ ۲ ۳ ۴ | ۵. | ۱ ۲ ۳ ۴ | ۷. | ۱ ۲ ۳ ۴ | ۹. | ۱ ۲ ۳ ۴ |
| ۲. | ۱ ۲ ۳ ۴ | ۴. | ۱ ۲ ۳ ۴ | ۶. | ۱ ۲ ۳ ۴ | ۸. | ۱ ۲ ۳ ۴ | ۱۰. | ۱ ۲ ۳ ۴ |

**توجّه:** حالا با توجّه به تعداد سؤالاتی که پاسخ صحیح داده‌اید، از یکی از نردبان‌های نشان داده شده در نقشه بالا بروید تا به خانه‌ی بعدی برسید و به مطالعه‌ی عنوان آمده در آن خانه بپردازید.

## نقشه راه دانش‌آموز




- در صورتی که به **۶ یا ۷ سؤال** پاسخ صحیح داده‌اید، ابتدا **تمرینات کتاب درسی خود را مجدداً حل کرده** و سپس **درس‌نامه را مطالعه کنید** و بعد از آن اجازه دارید وارد بسته‌ی تمرین ۱ شوید.
- در صورتی که به **کم‌تر از ۶ سؤال** پاسخ صحیح داده‌اید، ابتدا **کتاب درسی خود را مجدداً مطالعه کرده** و سپس **درس‌نامه را مطالعه کنید** و پس از آن اجازه دارید وارد بسته‌ی تمرین ۱ شوید.
- در صورتی که به **همه‌ی سؤالات** به طور صحیح پاسخ داده‌اید، **نیازی به مطالعه‌ی درس‌نامه ندارید** و می‌توانید وارد بسته‌ی تمرین ۱ شوید.
- در صورتی که به **حداقل ۸ سؤال** پاسخ صحیح داده‌اید، **پس از مطالعه‌ی درس‌نامه** اجازه دارید وارد بسته‌ی تمرین ۱ شوید.

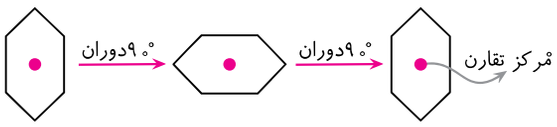
## شناسنامه سؤالات پیش‌آزمون

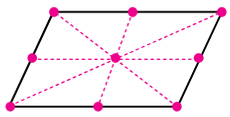
| شماره سؤال | عنوان زیرموضوع | سطح سؤال | پاسخ |
|---|---|---|---|
| ۱ | مرکز تقارن و تقارن مرکزی | ☺ | ۱ |
| ۲ | مرکز تقارن و تقارن مرکزی | ☺ | ۲ |
| ۳ | محور تقارن و تقارن محوری | ☺ | ۳ |
| ۴ | مرکز و محور تقارن شکل‌های خاص | ☺ | ۳ |
| ۵ | مرکز و محور تقارن چندضلعی‌های منتظم | ☺ | ۱ |
| ۶ | دوران و تقارن چرخشی | ☺ | ۲ |
| ۷ | مختصات نقطه در دستگاه مختصات | ☺ | ۲ |
| ۸ | مختصات نقطه در دستگاه مختصات | ☺ | ۳ |
| ۹ | شکل‌های هندسی در دستگاه مختصات | ☺ | ۴ |
| ۱۰ | تقارن در دستگاه مختصات | ☺ | ۱ |

درس‌نامه

## تقارن

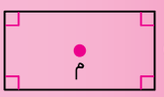
**مرکز تقارن:** به نقطه‌ای از شکل که اگر شکل را حول آن $180^\circ$ دوران دهیم، بر خودش منطبق می‌شود، مرکز تقارن می‌گوییم.

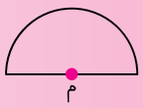


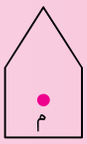



همچنین می‌توان گفت، مرکز تقارن نقطه‌ای از شکل است که قرینه‌ی هرنقطه‌ی شکل نسبت به آن، نقطه‌ای از خود شکل است.

**۱. در کدام شکل نقطه‌ی (م) مرکز تقارن است؟**

۱) 

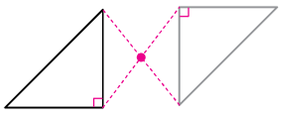

۲) 


۳) 


۴)

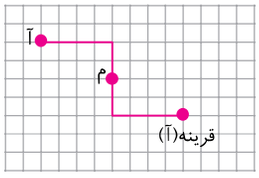

**پاسخ:** گزینه‌ی «۱»، در گزینه‌ی «۱» اگر مستطیل را ۱۸۰ درجه حول نقطه‌ی (م) دوران دهیم، بر خودش منطبق می‌شود.

برای پیدا کردن قرینه‌ی یک نقطه یا یک شکل نسبت به یک نقطه باید فاصله‌ی نقطه یا رأس‌های شکل را تا مرکز تقارن مشخص کنیم و در خلاف جهت در همان راستا امتداد دهیم.

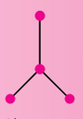


نقطه‌ی (ب) قرینه‌ی نقطه‌ی (آ) نسبت به نقطه‌ی (م) است.

در صفحه‌ی شطرنجی می‌توانیم از روشی دیگر برای پیدا کردن قرینه استفاده کنیم. برای قرینه کردن نقطه‌ی (آ) نسبت به نقطه‌ی (م)، از (آ) چهار واحد راست و دو واحد پایین می‌آییم تا به نقطه‌ی (م) برسیم، سپس از آن‌جا همان حرکت‌ها را انجام می‌دهیم، یعنی دو واحد پایین و چهار واحد به راست می‌رویم.




**۲. قرینه شکل روبه‌رو نسبت به نقطه‌ی (آ) در کدام گزینه آمده است؟**

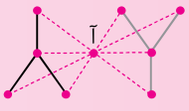
۱) 

۲)

۳)

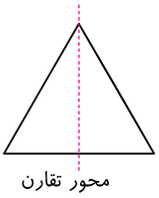
۴)

**پاسخ:** گزینه‌ی «۲»، رأس‌های شکل را به نقطه‌ی (آ) وصل می‌کنیم و به همان اندازه در جهت مخالف امتداد می‌دهیم.

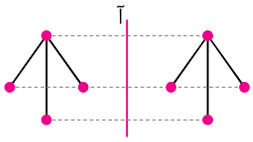


**محور تقارن:** محور تقارن خطی است که شکل را به دو قسمت قرینه نسبت به خود، تقسیم می‌کند؛ به طوری که اگر شکل را روی این خط تا بزنیم دو قسمت بر هم منطبق می‌شوند.

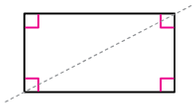
بعضی از شکل‌ها یک محور تقارن و بعضی چند محور تقارن دارند. بعضی از شکل‌ها محور تقارن ندارند.


محور تقارن

برای قرینه کردن یک نقطه یا یک شکل نسبت به یک خط، از آن نقطه یا رأس‌های آن شکل بر خط، عمود رسم می‌کنیم و به همان اندازه امتداد می‌دهیم تا قرینه‌ی آن‌ها به دست آید.

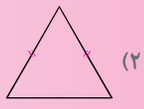



**توجّه:** هر خطی که شکل را نصف کند، محور تقارن نیست.

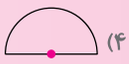


**۳. کدام شکل بیش از یک محور تقارن دارد؟**

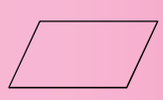
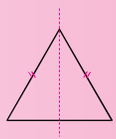
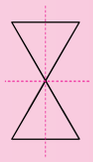
۱)

۲) 

۳)

۴) 

**پاسخ:** گزینه‌ی «۳»

| محور تقارن ندارد. | یک محور تقارن | دو محور تقارن | یک محور تقارن |
|---|---|---|---|
|  |  |  | |

## مرکز تقارن و محور تقارن شکل‌های خاص

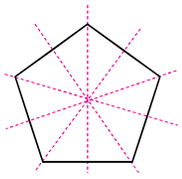
| نام شکل | مثلث متساوی‌الساقین | مثلث متساوی‌الاضلاع | مربع | لوزی | مستطیل | متوازی‌الاضلاع | دایره | ذوزنقه‌ی متساوی‌الساقین |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **تعداد محور تقارن** | ۱ | ۳ | ۴ | ۲ | ۲ | ندارد | بی‌شمار | یک |
| **مرکز تقارن** | ندارد | ندارد | دارد | دارد | دارد | دارد | دارد | ندارد |

**۴. کدام گزینه نادرست است؟**

۱) مربع دارای ۴ محور تقارن است.
۲) هیچ مثلثی مرکز تقارن ندارد.
۳) لوزی مرکز تقارن ندارد.
۴) متوازی‌الاضلاع مرکز تقارن دارد.

**پاسخ:** گزینه‌ی «۳»، محل برخورد قطرهای لوزی، مرکز تقارنش است.

## محور و مرکز تقارن چندضلعی‌های منتظم



در چندضلعی‌های منتظم همه‌ی اضلاع با هم و همه‌ی زاویه‌ها با هم مساوی هستند. مانند: مربع

هر چندضلعی منتظم به تعداد اضلاع دارای محور تقارن است. مثلاً پنج‌ضلعی منتظم ۵ محور تقارن دارد.

اگر تعداد اضلاع چندضلعی منتظم زوج باشد، مرکز تقارن دارد و چندضلعی‌های منتظمی که تعداد اضلاع آن‌ها فرد است، مرکز تقارن ندارند.

**مثال:** شش‌ضلعی منتظم مرکز تقارن دارد، ولی پنج‌ضلعی منتظم مرکز تقارن ندارد.

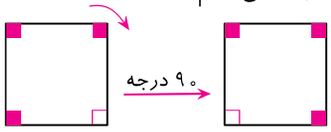
**۵. کدام جمله درست است؟**

۱) پنج‌ضلعی منتظم ۵ محور تقارن دارد و مرکز تقارن ندارد.
۲) هشت‌ضلعی منتظم فقط محور تقارن دارد.
۳) هر شکلی که محور تقارن داشته باشد، مرکز تقارن نیز دارد.
۴) سه‌ضلعی منتظم هم محور تقارن دارد و هم مرکز تقارن دارد.

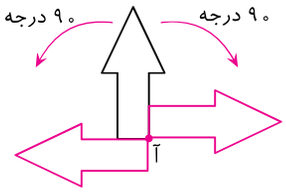
**پاسخ:** گزینه‌ی «۱»، پنج‌ضلعی منتظم ۵ محور تقارن دارد ولی مرکز تقارن ندارد، پس گزینه‌ی «۱» درست است. هشت‌ضلعی منتظم، مرکز تقارن نیز دارد، پس گزینه‌ی «۲» نادرست است. مثلث متساوی‌الساقین محور تقارن دارد ولی مرکز تقارن ندارد، پس گزینه‌ی «۳» نادرست است. سه‌ضلعی منتظم مثلث متساوی‌الاضلاع است که فقط ۳ محور تقارن دارد و مرکز تقارن ندارد؛ پس گزینه‌ی «۴» نیز نادرست است.

### دوران

چرخش یک شکل حول یک نقطه را دوران می‌گوییم. نقطه‌ای را که شکل دور آن می‌چرخد، مرکز دوران می‌نامیم.




**جهت دوران:** دو جهت دوران داریم: ۱. ساعت‌وار (جهت حرکت عقربه‌های ساعت) ۲. غیرساعت‌وار (خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت)

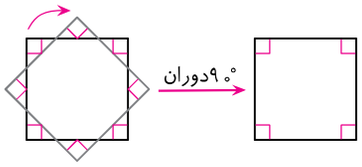



**مثال:** شکل زیر را حول نقطه‌ی (آ) یک بار $90^\circ$ در جهت حرکت عقربه‌های ساعت و یک بار $90^\circ$ در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت دوران داده‌ایم.

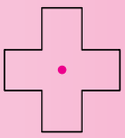
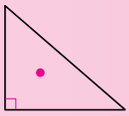
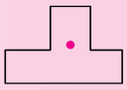
**نکته:** در دوران $90^\circ$ جهت دوران مهم است ولی در $180^\circ$ اهمیت ندارد.

**تقارن چرخشی:** وقتی شکلی را حول یک نقطه به اندازه‌ی $180^\circ$ یا کم‌تر در جهت حرکت عقربه‌های ساعت می‌چرخانیم و شکل بر روی خودش می‌افتد، می‌گوییم شکل تقارن چرخشی دارد.

**مثال:** اگر مربع را $90^\circ$ دوران دهیم بر روی خودش می‌افتد.

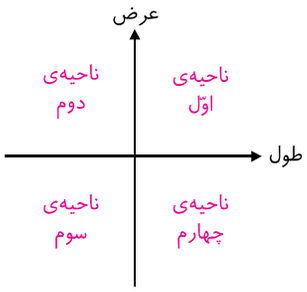



**۶. کدام‌یک از شکل‌های زیر تقارن چرخشی دارد؟**

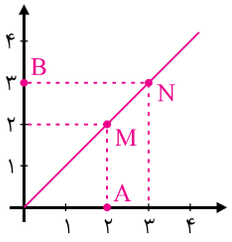
۱)
۲) 
۳) 
۴) 

**پاسخ:** گزینه‌ی «۲»، شکل گزینه‌ی «۲» را اگر $90^\circ$ دوران دهیم، بر خودش منطبق می‌شود پس تقارن چرخشی دارد.

## مختصات




دستگاه مختصات از دو محور عمود بر هم تشکیل شده است که محور افقی را محور طول و محور عمودی را محور عرض می‌نامیم. این دو محور صفحه‌ی مختصات را به چهار ناحیه تقسیم می‌کنند که در کتاب ریاضی ششم فقط با ناحیه‌ی اوّل سر و کار داریم.




هر نقطه که روی محور افقی (طول) باشد، مؤلفه‌ی عمودی (عرض) آن صفر است.

مانند نقطه A: $A=\begin{bmatrix}۲\\۰\end{bmatrix}$

هر نقطه که روی محور عمودی (عرض) باشد، مؤلفه‌ی افقی (طول) آن صفر است.

مانند نقطه B: $B=\begin{bmatrix}۰\\۳\end{bmatrix}$

هر نقطه که روی نیمساز ناحیه‌ی اوّل باشد مؤلفه‌ی افقی و عمودی آن با هم مساوی‌اند. (زیرا هر نقطه که روی نیمساز یک زاویه باشد از دو ضلع زاویه به یک فاصله است.) مانند نقاط M و N: $M=\begin{bmatrix}۲\\۲\end{bmatrix}, N=\begin{bmatrix}۳\\۳\end{bmatrix}$

**۷. مقدار ○ چه عددی باشد تا نقطه‌ی $A=\begin{bmatrix}۳-○\\۲+○\end{bmatrix}$ روی محور عرض‌ها باشد؟**

۱) $-۲$ ۲) ۳ ۳) صفر ۴) ۲

**پاسخ:** گزینه‌ی «۲»، نقطه‌ی (A) باید روی محور عرض‌ها باشد، پس باید طول آن مساوی صفر باشد. $۳-○=۰ \Rightarrow ○=۳$

**نکته:**

۱. اگر در صفحه‌ی مختصات به سمت راست (شرق) حرکت کنیم؛ به اندازه‌ی آن حرکت به طول نقطه‌ی شروع اضافه می‌شود.

۲. اگر در صفحه‌ی مختصات به سمت چپ (غرب) حرکت کنیم؛ به اندازه‌ی آن حرکت از طول نقطه‌ی شروع کم می‌شود.

۳. اگر در صفحه‌ی مختصات به سمت بالا (شمال) حرکت کنیم؛ به اندازه‌ی آن حرکت به عرض نقطه‌ی شروع اضافه می‌شود.

۴. اگر در صفحه‌ی مختصات به سمت پایین (جنوب) حرکت کنیم؛ به اندازه‌ی آن حرکت از عرض نقطه‌ی شروع کم می‌شود.

**۸. مورچه‌ای در صفحه مختصات از نقطه $A=\begin{bmatrix}۵\\۲\end{bmatrix}$ شروع به حرکت می‌کند او ابتدا ۲ واحد به سمت بالا، سپس ۴ واحد به سمت چپ و بعد از آن ۱ واحد به سمت پایین و در پایان ۶ واحد به سمت راست حرکت می‌کند. اکنون مورچه در چه نقطه‌ای قرار دارد؟**

۱) $\begin{bmatrix}۹\\۱\end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix}۷\\۵\end{bmatrix}$ ۳) $\begin{bmatrix}۷\\۳\end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix}۶\\۳\end{bmatrix}$

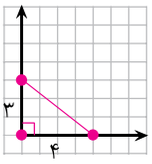
**پاسخ:** گزینه‌ی «۳»، حرکت راست و چپ را جلوی طول‌ها و حرکت بالا و پایین را جلوی عرض‌ها می‌نویسیم.

$$\begin{bmatrix}۵\\۲\end{bmatrix}\xrightarrow[+۲-۱]{-۴+۶}\begin{bmatrix}۷\\۳\end{bmatrix}$$

## شکل‌های هندسی در دستگاه مختصات

می‌توان مختصات رأس‌های هر شکل هندسی را که در دستگاه مختصات قرار می‌گیرد، مشخّص کرد و با استفاده از فرمول مربوطه مساحت آن را به دست آورد. البته در بعضی از مواقع می‌توان با شمارش خانه‌های شطرنجی نیز مساحت‌ها را پیدا کرد.

**مثال: نقاط** $\begin{bmatrix}۰\\۰\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}۴\\۰\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}۰\\۳\end{bmatrix}$ **رأس‌های یک مثلث هستند. مساحت این مثلث را به دست آورید.**



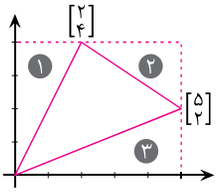

**پاسخ:** ابتدا سه رأس مثلث را در دستگاه مختصات مشخّص می‌کنیم. یک مثلث قائم‌الزاویه تشکیل می‌شود که مساحت آن را به دست می‌آوریم.

$$\text{مساحت مثلث}=\frac{۳\times۴}{۲}=۶$$

**نکته:** اگر مساحت شکل از طریق فرمول امکان‌پذیر نبود. معمولاً از رأس‌های شکل بر محورهای مختصات عمودی رسم کرده تا یک مربع یا مستطیل تشکیل شود و به کمک آن مساحت را به دست می‌آوریم.

**مثال: نقاط** $\begin{bmatrix}۰\\۰\end{bmatrix}$، $\begin{bmatrix}۵\\۲\end{bmatrix}$ **و** $\begin{bmatrix}۲\\۴\end{bmatrix}$ **سه رأس یک مثلث هستند. مساحت این مثلث کدام است؟**

**پاسخ:** با توجّه به شکل می‌بینیم که مساحت مثلث موردنظر با استفاده از فرمول مساحت به دست نمی‌آید. بنابراین یک مستطیل $۴\times۵$ داریم که باید مساحت مثلث‌های قائم‌الزاویه گوشه‌ها را از آن کم کنیم تا مساحت مثلث خواسته‌شده به‌دست آید.




$$\left.\begin{aligned}&\text{مساحت مستطیل}=۵\times۴=۲۰\\&\text{مساحت مثلث ۱}=\frac{۴\times۲}{۲}=۴\\&\text{مساحت مثلث ۲}=\frac{۳\times۲}{۲}=۳\\&\text{مساحت مثلث ۳}=\frac{۵\times۲}{۲}=۵\end{aligned}\right\}\Rightarrow \text{مساحت مثلث خواسته‌شده}=۲۰-(۴+۳+۵)=۸$$

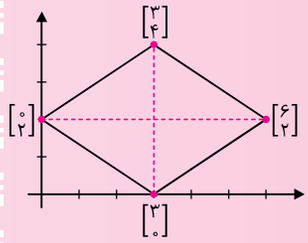
اگر مختصات رأس‌های یک شکل را داشته باشیم و طول و عرض آن‌ها را در عددی مانند $n$ ضرب کنیم، آن‌گاه شکل جدیدی به وجود می‌آید که مساحت آن $n\times n$ برابر مساحت شکل اوّل است.

**مثال:** اگر طول و عرض رأس‌های یک مثلث را ۴ برابر کنیم، آن‌گاه مثلثی به وجود می‌آید که مساحت آن ۱۶ برابر مساحت مثلث قبلی است.

**۹. اگر مختصات رأس‌های یک لوزی $\begin{bmatrix}۳\\۴\end{bmatrix}$، $\begin{bmatrix}۰\\۲\end{bmatrix}$، $\begin{bmatrix}۳\\۰\end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix}۶\\۲\end{bmatrix}$ باشند با ضرب کردن مختصات رأس‌های این لوزی در ۳ (یعنی طول و عرض همه‌ی رأس‌ها را سه برابر کنیم)، لوزی جدیدی به وجود می‌آید. مساحت این لوزی جدید چه عددی است؟**

۱) ۱۲ ۲) ۲۴ ۳) ۷۲ ۴) ۱۰۸

**پاسخ:** گزینه‌ی «۴»، ابتدا نقاط داده‌شده را در دستگاه رسم می‌کنیم تا بتوانیم مساحت لوزی را به‌دست آوریم.




$$\text{مساحت لوزی} = \frac{۶\times۴}{۲} = ۱۲$$

چون همه‌ی مؤلفه‌ها ضرب در ۳ می‌شوند پس مساحت ۹ برابر می‌شود.

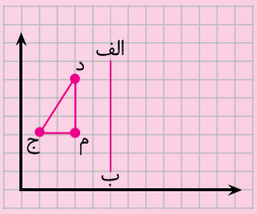
$$(۳\times۳=۹) \Rightarrow \text{مساحت لوزی جدید} = ۱۲\times۹=۱۰۸$$

البته می‌توانیم با ضرب مؤلفه‌های رأس‌های لوزی کوچک‌تر در عدد ۳ و به‌دست آوردن مختصات رأس‌های لوزی بزرگ‌تر آن را در صفحه مختصات رسم کرده و سپس مساحتش را حساب کنیم.

## تقارن در دستگاه مختصات

برای قرینه کردن یک شکل نسبت به یک نقطه در دستگاه مختصات به همان روش که برای قرینه کردن شکل‌ها نسبت به نقطه یا خط در خارج دستگاه مختصات گفته شد، عمل می‌کنیم.

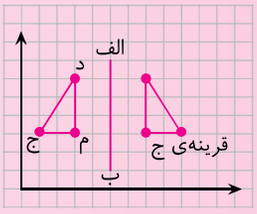
**۱۰. در صفحه‌ی مختصات زیر اگر قرینه‌ی مثلث را نسبت به خط (الف ب) رسم کنیم، کدام مختصات مربوط به قرینه‌ی نقطه‌ی (ج) می‌شود؟**




۱) $\begin{bmatrix}۹\\۳\end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix}۸\\۳\end{bmatrix}$

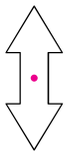
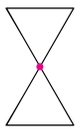
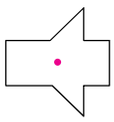
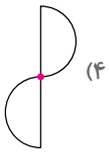
۳) $\begin{bmatrix}۳\\۹\end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix}۳\\۱\end{bmatrix}$

**پاسخ:** گزینه‌ی «۱»، از نقطه‌های (د)، (م) و (ج) عمود بر خط (الف ب) رسم می‌کنیم و به همان اندازه در جهت مخالف امتداد می‌دهیم؛ بنابراین قرینه‌ی نقطه‌ی (ج) نسبت به خط (الف ب) برابر است با: $\begin{bmatrix}۹\\۳\end{bmatrix}$

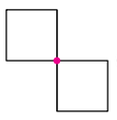
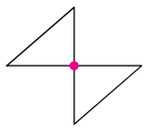
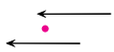


## بسته تمرین ۱

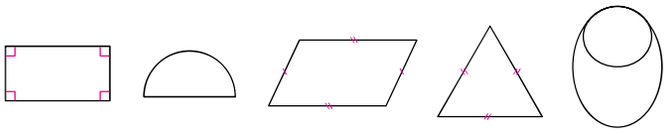
**۱. در کدام شکل نقطه‌ی مشخص‌شده مرکز تقارن نیست؟**

۱) 
۲) 
۳) 
۴) 

**۲. در کدام شکل زیر، قرینه‌ی شکل نسبت به نقطه‌ی داده‌شده به درستی رسم نشده است؟**

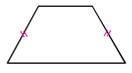
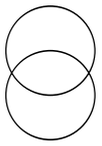
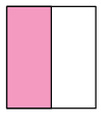
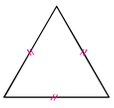
۱) 
۲) 
۳) 
۴)

**۳. چند تا از شکل‌های زیر مرکز تقارن دارند؟**

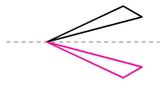
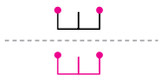
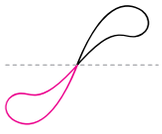
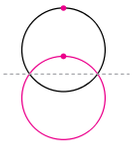


۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

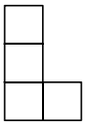
**۴. کدام شکل بیشترین محور تقارن را دارد؟**

۱) 
۲) 
۳) 
۴) 

**۵. قرینه‌ی کدام شکل به درستی رسم شده است؟**

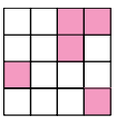
۱) 
۲) 
۳) 
۴) 

**۶. به چند حالت می‌توان به شکل زیر، یک مربع اضافه کرد تا شکلی به دست آید که محور تقارن داشته باشد؟** (کانگورو)



۱) ۱ ۲) ۲
۳) ۳ ۴) ۴

**۷. در شکل زیر، حداقل به چند مربع رنگی دیگر احتیاج داریم تا این شکل یک خط تقارن داشته باشد؟** (کانگورو)



۱) ۲ ۲) ۳
۳) ۴ ۴) ۵

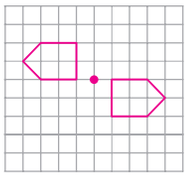
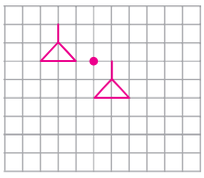
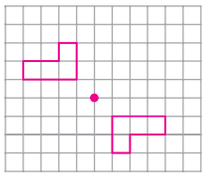
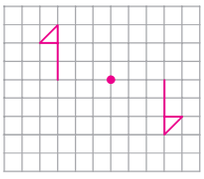
**۸. در کدام شکل محل برخورد قطرها مرکز تقارن نیست؟**

۱) متوازی‌الاضلاع ۲) لوزی ۳) مستطیل ۴) پنج‌ضلعی منتظم

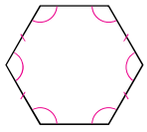
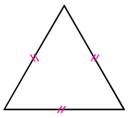
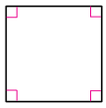
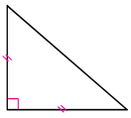
**۹. کدام شکل تعداد خط‌های تقارنش با تعداد اضلاع آن برابر نیست؟**

۱) پنج‌ضلعی منتظم ۲) هشت‌ضلعی منتظم ۳) لوزی ۴) مثلث متساوی‌الاضلاع

**۱۰.** کدام شکل به درستی حول نقطه‌ی مشخص شده $180^\circ$ دوران داده **نشده** است؟

۱) 
۲) 
۳) 
۴) 

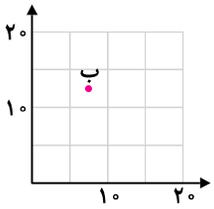
**۱۱.** کدام شکل با دوران $120^\circ$ بر خودش منطبق می‌شود؟

۱) 
۲) 
۳) 
۴) 

**۱۲.** اگر شکل زیر را $180^\circ$ دوران دهیم، کدام شکل به دست می‌آید؟

۱)
۲)
۳)
۴)

**۱۳.** کدام‌یک از گزینه‌های زیر تقریباً مختصات نقطه‌ی (ب) را نشان می‌دهد؟ (تیمز)




۱) $\begin{bmatrix}۸\\۱۲\end{bmatrix}$
۲) $\begin{bmatrix}۱۲\\۸\end{bmatrix}$
۳) $\begin{bmatrix}۸\\۸\end{bmatrix}$
۴) $\begin{bmatrix}۱۲\\۱۲\end{bmatrix}$

**۱۴.** یک قورباغه روی نقطه‌ی $\begin{bmatrix}۵\\۳\end{bmatrix}$ ایستاده است. در مرحله‌ی اوّل ۴ واحد به سمت چپ، ۲ واحد به پایین، ۴ واحد به سمت راست و در نهایت ۴ واحد به سمت بالا می‌پرد. پس از ۴۰ بار پرش به چه نقطه‌ای می‌رسد؟

۱) $\begin{bmatrix}۵\\۲۳\end{bmatrix}$
۲) $\begin{bmatrix}۲۳\\۵\end{bmatrix}$
۳) $\begin{bmatrix}۲۷\\۵\end{bmatrix}$
۴) $\begin{bmatrix}۵\\۲۷\end{bmatrix}$

**۱۵.** به جای $\square$ چه عددی قرار دهیم تا نقطه‌ی $\begin{bmatrix}-۳\\-\square\end{bmatrix}$ روی محور عمودی قرار گیرد؟

۱) $-۳$
۲) $-۷$
۳) ۳
۴) ۷

**۱۶.** مختصات روبه‌رو مربوط به چه شکلی است؟

$\begin{bmatrix}۳\\۰\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۳\\۶\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۵\\۳\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۱\\۳\end{bmatrix}$

۱) مربع
۲) لوزی
۳) متوازی الاضلاع
۴) ذوزنقه (آزمون ورودی)

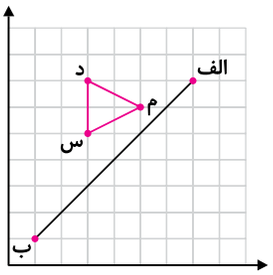
**۱۷.** اگر $\begin{bmatrix}۱\\۱\end{bmatrix}=$آ و $\begin{bmatrix}۵\\۱\end{bmatrix}=$ب و $\begin{bmatrix}۱\\۳\end{bmatrix}=$هـ، سه رأس از یک مستطیل باشند، نسبت محیط مستطیل به مساحت آن چقدر است؟ (آزمون ورودی)

۱) $\frac{۴}{۳}$
۲) $\frac{۳}{۲}$
۳) $\frac{۲}{۳}$
۴) $\frac{۱۶}{۱۵}$

**۱۸.** بر روی صفحه‌ی مختصات، یک متوازی‌الاضلاع با مختصات $\begin{bmatrix}0\\2\end{bmatrix}=$ آ، $\begin{bmatrix}2\\5\end{bmatrix}=$ ب، $\begin{bmatrix}6\\5\end{bmatrix}=$ پ و $\begin{bmatrix}4\\2\end{bmatrix}=$ ت رسم کرده‌ایم. نصف مساحت آن کدام گزینه است؟ (آزمون ورودی)

۱) ۳ ۲) ۶ ۳) ۱۲ ۴) ۲۴

**۱۹.** در صفحه‌ی مختصات زیر اگر قرینه‌ی مثلث را نسبت به خط (الف ب) رسم کنیم، کدام مختصات مربوط به قرینه‌ی نقطه (د) می‌باشد؟ (آزمون ورودی)




۱) $\begin{bmatrix}7\\4\end{bmatrix}$

۲) $\begin{bmatrix}6\\3\end{bmatrix}$

۳) $\begin{bmatrix}8\\3\end{bmatrix}$

۴) $\begin{bmatrix}7\\3\end{bmatrix}$

**۲۰.** نقطه‌ی (الف) قرینه‌ی نقطه‌ی $\begin{bmatrix}6\\5\end{bmatrix}=$ ب نسبت به نقطه‌ی $\begin{bmatrix}8\\7\end{bmatrix}=$ ج است. مختصات نقطه‌ی (الف) کدام است؟ (آزمون ورودی)

۱) $\begin{bmatrix}9\\4\end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix}10\\9\end{bmatrix}$ ۳) $\begin{bmatrix}14\\12\end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix}2\\2\end{bmatrix}$

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۱. | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵. | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۹. | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۳. | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۷. | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲. | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۶. | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۰. | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۴. | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۸. | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۳. | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۷. | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۱. | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۵. | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۹. | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۴. | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۸. | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۲. | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۶. | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۲۰. | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |

**توجّه:** حالا با توجّه به پاسخ‌نامه و از طریق فرمول می‌توانید درصد پاسخگویی خود به سؤالات را مشخص نموده و ادامه مسیر خود را مطابق دستورالعمل آمده، مشخص کنید.

$$\text{درصد پاسخگویی} = \frac{\text{تعداد سؤالات با پاسخ درست}}{\text{تعداد کل سؤالات}} \times 100$$

## شناسنامه سؤالات بسته تمرین ۱

| شماره سؤال | عنوان زیرموضوع | سطح سؤال | پاسخ | سؤال متناظر در پیش‌آزمون | سؤال متناظر در بسته تمرین ۲ | سؤال متناظر در بسته تمرین ۳ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ۱ | مرکز تقارن و تقارن مرکزی | ۱ | ۳ | ۱ ۲ | ۱ | ۱ |
| ۲ | مرکز تقارن و تقارن مرکزی | ۲ | ۳ | ۱ ۲ | ۱ | ۱ |
| ۳ | مرکز تقارن و تقارن مرکزی | ۳ | ۲ | ۱ ۲ | ۱ | ۱ |
| ۴ | محور تقارن و تقارن محوری | ۱ | ۴ | ۳ | ۲ ۳ | ۲ ۳ |
| ۵ | محور تقارن و تقارن محوری | ۲ | ۱ | ۳ | ۲ ۳ | ۲ ۳ |
| ۶ | محور تقارن و تقارن محوری | ۳ | ۳ | ۳ | ۲ ۳ | ۲ ۳ |
| ۷ | محور تقارن و تقارن محوری | ۱ | ۱ | ۳ | ۲ ۳ | ۲ ۳ |
| ۸ | مرکز و محور تقارن شکل‌های خاص | ۲ | ۴ | ۴ | ۴ | ۴ |
| ۹ | مرکز و محور تقارن چندضلعی‌های منتظم | ۳ | ۳ | ۵ | ۵ | ۵ |
| ۱۰ | دوران و تقارن چرخشی | ۱ | ۲ | ۶ | ۶ ۷ | ۶ ۷ |
| ۱۱ | دوران و تقارن چرخشی | ۲ | ۲ | ۶ | ۶ ۷ | ۶ ۷ |
| ۱۲ | دوران و تقارن چرخشی | ۳ | ۱ | ۶ | ۶ ۷ | ۶ ۷ |
| ۱۳ | مختصات نقطه در دستگاه مختصات | ۱ | ۱ | ۷ ۸ | ۸ ۹ ۱۰ | ۸ ۹ ۱۰ |
| ۱۴ | مختصات نقطه در دستگاه مختصات | ۲ | ۱ | ۷ ۸ | ۸ ۹ ۱۰ | ۸ ۹ ۱۰ |
| ۱۵ | مختصات نقطه در دستگاه مختصات | ۳ | ۳ | ۷ ۸ | ۸ ۹ ۱۰ | ۸ ۹ ۱۰ |
| ۱۶ | شکل‌های هندسی در دستگاه مختصات | ۱ | ۲ | ۹ | ۱۱ ۱۲ ۱۳ | ۱۱ ۱۲ ۱۳ |
| ۱۷ | شکل‌های هندسی در دستگاه مختصات | ۲ | ۲ | ۹ | ۱۱ ۱۲ ۱۳ | ۱۲ ۱۳ ۱۴ |
| ۱۸ | شکل‌های هندسی در دستگاه مختصات | ۳ | ۲ | ۹ | ۱۱ ۱۲ ۱۳ | ۱۲ ۱۳ ۱۴ |
| ۱۹ | تقارن در دستگاه مختصات | ۱ | ۴ | ۱۰ | ۱۴ ۱۵ | ۱۵ |
| ۲۰ | تقارن در دستگاه مختصات | ۲ | ۲ | ۱۰ | ۱۴ ۱۵ | ۱۵ |

## پاسخ‌نامه

۱ گزینه‌ی «۳»

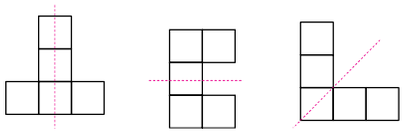
۲ گزینه‌ی «۳»

۳ گزینه‌ی «۲» فقط متوازی‌الاضلاع و مستطیل مرکز تقارن دارند.

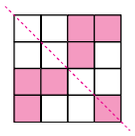
**۴** گزینه‌ی «۴» گزینه‌های ۱، ۲ و ۳ هر کدام‌یک محور تقارن دارند، ولی گزینه «۴» مثلث متساوی‌الاضلاع است و سه محور تقارن دارد.

**۵** گزینه‌ی «۱»

**۶** گزینه‌ی «۳»



**۷** گزینه‌ی «۱»



**۸** گزینه‌ی «۴»

**۹** گزینه‌ی «۳» لوزی ۲ خط تقارن و ۴ ضلع دارد.

**۱۰** گزینه‌ی «۲»

**۱۱** گزینه‌ی «۲» در گزینه «۱»، شش‌ضلعی منتظم دارای تقارن چرخشی $۶۰^\circ$ است. مربع نیز دارای تقارن چرخشی $۹۰^\circ$ است و مثلث قائم‌الزاویه تقارن چرخشی ندارد.

**۱۲** گزینه‌ی «۱»

**۱۳** گزینه‌ی «۱»

**۱۴** گزینه‌ی «۱» در هر مرحله پس از ۴ پرش مقدار جابه‌جایی $\begin{bmatrix}۰\\۲\end{bmatrix}$ است.

$$\begin{bmatrix}۵\\۳\end{bmatrix}\begin{matrix}-۴+۴\\-۲+۴\end{matrix}=\begin{bmatrix}۵\\۵\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{bmatrix}۰\\۲\end{bmatrix}$$ جابه‌جایی

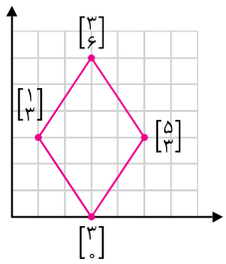
هر مرحله چهار جهش است، بنابراین در ۴۰ جهش ۱۰ بار جابه‌جایی $\begin{bmatrix}۰\\۲۰\end{bmatrix}$ صورت می‌گیرد.

$$\begin{bmatrix}۵\\۳\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}۰\\۲۰\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۵\\۲۳\end{bmatrix}$$

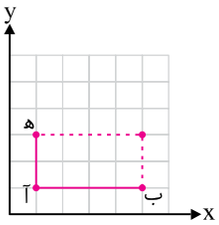
**۱۵** گزینه‌ی «۳» نقطه‌ای که روی محور عمودی قرار می‌گیرد مؤلفه‌ی افقی آن صفر است. بنابراین:

$$\square-۳=۰\Rightarrow\square=۳$$

**۱۶** گزینه‌ی «۲»



**۱۷** گزینه‌ی «۲» ابتدا سه نقطه را در دستگاه مشخّص می‌کنیم و با توجّه به شکل، طول مستطیل ۴ و عرض آن ۲ می‌باشد.

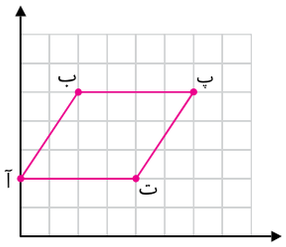



$$\frac{\text{محیط}}{\text{مساحت}} = \frac{۲+۴+۲+۴}{۲\times۴} = \frac{۱۲}{۸} = \frac{۳}{۲}$$

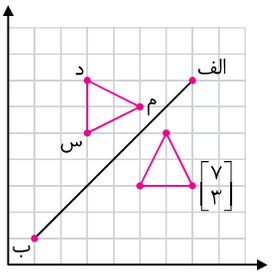
**۱۸** گزینه‌ی «۲»

مساحت متوازی الاضلاع = ارتفاع × قاعده $= ۳\times۴ = ۱۲$

نصف مساحت $= ۱۲\div۲ = ۶$




**۱۹** گزینه‌ی «۴»




**۲۰** گزینه‌ی «۲» (الف) و (ب) نسبت به (ج) قرینه‌ی یک‌دیگرند. کافی است قرینه‌ی (ب) را نسبت به نقطه (ج) مشخّص کنیم تا (الف) پیدا شود.

(ب)

$$\begin{bmatrix}+۶\\ ۵\end{bmatrix} \overset{+۲}{\underset{+۲}{\Rightarrow}} \begin{bmatrix}۸\\ ۷\end{bmatrix} \overset{+۲}{\underset{+۲}{\Rightarrow}} \begin{bmatrix}۱۰\\ ۹\end{bmatrix}$$

**توجّه:** حالا با توجّه به درصد پاسخگویی خود در بسته تمرین۱، از روی یکی از نردبان‌های «نقشه راه دانش‌آموز» انتهای کتاب حرکت کرده تا خود را به خانه جدید برسانید و بعد از آن مطابق دستورالعمل آورده‌شده در آن خانه عمل کنید. توجّه کنید که در صورت ورود به بسته تمرین ۲ باز هم باید مطابق دستورالعمل‌های این نقشه عمل کنید. توجّه شود که سؤالات متناظر با هر سؤال در هر بسته تمرین در جدولی که در ابتدای پاسخ‌نامه هر بسته تمرین آمده‌است، مشخص شده‌است.

# بسته تمرین

**۱. کدام جمله درست نیست؟**

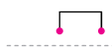
۱) قرینه‌ی هر نقطه روی مرکز تقارن روی خودش قرار می‌گیرد.

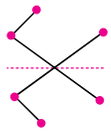
۲) هر شکل که دو محور تقارن عمود بر هم داشته باشد، مرکز تقارن دارد.

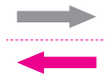
۳) نیم‌دایره مرکز تقارن ندارد.

۴) در تقارن مرکزی محیط شکل تغییر می‌کند.

**۲. قرینه‌ی کدام شکل نسبت به خط داده‌شده درست کشیده شده است؟**

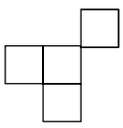
۱) 

۲) 

۳) 

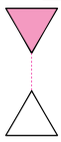
۴) ۳ ۳

**۳. در شکل مقابل می‌خواهیم حداقل یکی از خانه‌ها را رنگ بزنیم طوری که شکل فقط یک محور تقارن داشته باشد. به چند طریق می‌توان این کار را انجام داد؟**



۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۷

**۴. با توجّه به شکل روبه‌رو کدام گزینه درست است؟**



۱) مرکز تقارن ندارد.

۲) دو محور تقارن داشته و مرکز تقارن دارد.

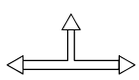
۳) مرکز تقارن دارد، ولی محور تقارن ندارد.

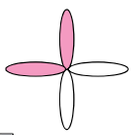
۴) مرکز تقارن و محور تقارن ندارد.

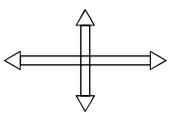
**۵. یک چهارده‌ضلعی منتظم، چند خط تقارن بیشتر از یک مثلث متساوی‌الاضلاع دارد؟**

۱) ۱۱ تا ۲) ۲۵ تا ۳) ۲۳ تا ۴) ۱۸ تا

**۶. کدام‌یک از شکل‌های زیر، تقارن چرخشی $180^\circ$ دارد؟**

۱) 

۲) 

۳) 

۴)

**۷. شکل را چند درجه دوران دهیم تا شکل به دست آید؟**

۱) $90^\circ$ در جهت حرکت عقربه‌های ساعت

۲) $90^\circ$ خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت

۳) $120^\circ$

۴) $180^\circ$

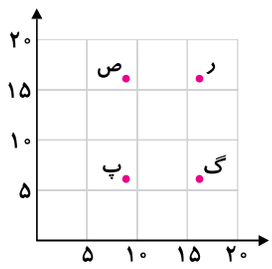
**۸. مختصات کدام‌یک از نقاط روی نمودار $\begin{bmatrix} ۷ \\ ۱۶ \end{bmatrix}$ است؟**

۱) نقطه‌ی (پ)

۲) نقطه‌ی (گ)

۳) نقطه‌ی (ر)

۴) نقطه‌ی (ص)




(تیمز)

۹. فرزاد از نقطه‌ی (م) به مختصات $\begin{bmatrix}۱\\۳\end{bmatrix}$ شروع به حرکت کرد. ابتدا یک واحد به سمت شمال و سپس چهار واحد به سمت شرق رفت. او اکنون در کدام نقطه ایستاده است؟ (آزمون ورودی)

۱) $\begin{bmatrix}۵\\۴\end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix}۴\\۳\end{bmatrix}$ ۳) $\begin{bmatrix}۴\\۵\end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix}۲\\۷\end{bmatrix}$

۱۰. به جای $\square$ چه عددی قرار دهیم تا نقطه‌ی $\begin{bmatrix}\square-۶\\\square-۲\end{bmatrix}$ روی محور افقی قرار گیرد؟

۱) ۲ ۲) ۶ ۳) $-۲$ ۴) $-۶$

۱۱. مختصات سه رأس از چهار رأس یک مربع به‌صورت $\begin{bmatrix}۱\\۳\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۴\\۰\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۴\\۶\end{bmatrix}$ است. رأس چهارم کدام است؟ (کانگورو)

۱) $\begin{bmatrix}۷\\۳\end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix}۲\\۵\end{bmatrix}$ ۳) $\begin{bmatrix}۵\\۲\end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix}۳\\۷\end{bmatrix}$

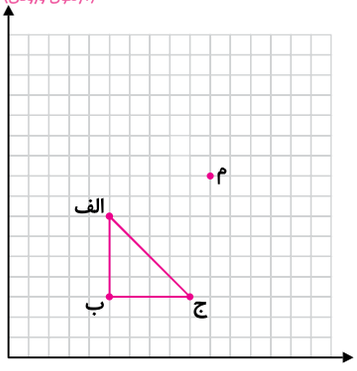
۱۲. اگر بخواهیم متوازی الاضلاعی با مختصات رئوس $\begin{bmatrix}۳\\۲\end{bmatrix}$، $\begin{bmatrix}۳\\۶\end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix}۵\\۱\end{bmatrix}$ را رسم کنیم، مختصات رأس دیگر کدام است؟ (آزمون ورودی)

۱) $\begin{bmatrix}۶\\۵\end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix}۵\\۶\end{bmatrix}$ ۳) $\begin{bmatrix}۵\\۵\end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix}۶\\۶\end{bmatrix}$

۱۳. قرینه‌ی نقطه‌ی الف $=\begin{bmatrix}۳\\۱\end{bmatrix}$ نسبت به خطی که از دو نقطه‌ی $\begin{bmatrix}۲\\۵\end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix}۴\\۵\end{bmatrix}$ می‌گذرد، کدام است؟ (آزمون ورودی)

۱) $\begin{bmatrix}۳\\۹\end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix}۳\\۸\end{bmatrix}$ ۳) $\begin{bmatrix}۹\\۳\end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix}۵\\۱\end{bmatrix}$

۱۴. اگر قرینه‌ی مثلث (الف ب ج) را نسبت به نقطه‌ی (م) رسم کنیم، مختصات مثلث قرینه کدام است؟ (آزمون ورودی)




۱) $\begin{bmatrix}۱۵\\۹\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۱۵\\۱۳\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۱۱\\۱۳\end{bmatrix}$

۲) $\begin{bmatrix}۱۱\\۱۳\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۱۴\\۱۲\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۱۵\\۱۲\end{bmatrix}$

۳) $\begin{bmatrix}۱۵\\۱۱\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۱۵\\۱۵\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۱۱\\۱۵\end{bmatrix}$

۴) $\begin{bmatrix}۱۵\\۸\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۱۵\\۱۳\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۱۱\\۱۳\end{bmatrix}$

۱۵. کدام نقطه‌ی زیر، مختصاتِ قرینه‌ی $\begin{bmatrix}۴\\۶\end{bmatrix}$ نسبت به نیمساز ناحیه‌ی اوّل است؟

۱) $\begin{bmatrix}۶\\۴\end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix}۶\\۰\end{bmatrix}$ ۳) $\begin{bmatrix}۰\\۶\end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix}۴\\۶\end{bmatrix}$

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۱. | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۴. | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۷. | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۰. | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۳. | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲. | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵. | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۸. | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۱. | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۴. | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۳. | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۶. | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۹. | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۲. | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۵. | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |

**توجّه:** حالا با توجّه به پاسخ‌نامه و از طریق فرمول می‌توانید درصد پاسخگویی خود به سؤالات را مشخص نموده و ادامه مسیر خود را مطابق دستورالعمل آمده، مشخص کنید.

$$\text{درصد پاسخگویی} = \frac{\text{تعداد سؤالات با پاسخ درست}}{\text{تعداد کل سؤالات}} \times ۱۰۰$$

## شناسنامه سؤالات بسته تمرین ۲

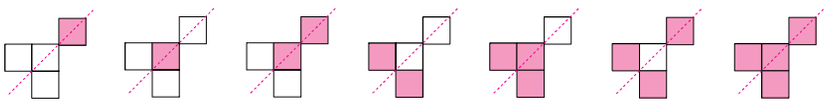
| شماره سؤال | عنوان زیرموضوع | سطح سؤال | پاسخ | سؤال متناظر در پیش‌آزمون | سؤال متناظر در بسته تمرین ۱ |
|---|---|---|---|---|---|
| ۱ | مرکز تقارن و تقارن مرکزی | | ۴ | ۱ ۲ | ۱ |
| ۲ | محور تقارن و تقارن محوری | | ۲ | ۳ | ۲ ۳ |
| ۳ | محور تقارن و تقارن محوری | | ۴ | ۳ | ۲ ۳ |
| ۴ | مرکز و محور تقارن شکل‌های خاص | | ۱ | ۴ | ۴ |
| ۵ | مرکز و محور تقارن چندضلعی‌های منتظم | | ۱ | ۵ | ۵ |
| ۶ | دوران و تقارن چرخشی | | ۳ | ۶ | ۶ ۷ |
| ۷ | دوران و تقارن چرخشی | | ۴ | ۶ | ۶ ۷ |
| ۸ | مختصات نقطه در دستگاه مختصات | | ۴ | ۷ ۸ | ۸ ۹ ۱۰ |
| ۹ | مختصات نقطه در دستگاه مختصات | | ۱ | ۷ ۸ | ۸ ۹ ۱۰ |
| ۱۰ | مختصات نقطه در دستگاه مختصات | | ۱ | ۷ ۸ | ۸ ۹ ۱۰ |
| ۱۱ | شکل‌های هندسی در دستگاه مختصات | | ۱ | ۹ | ۱۱ ۱۲ ۱۳ |
| ۱۲ | شکل‌های هندسی در دستگاه مختصات | | ۳ | ۹ | ۱۲ ۱۳ ۱۴ |
| ۱۳ | شکل‌های هندسی در دستگاه مختصات | | ۱ | ۹ | ۱۲ ۱۳ ۱۴ |
| ۱۴ | تقارن در دستگاه مختصات | | ۳ | ۱۰ | ۱۵ |
| ۱۵ | تقارن در دستگاه مختصات | | ۱ | ۱۰ | ۱۵ |

## پاسخ‌نامه

۱ گزینه‌ی «۴» محیط یا مساحت قرینه‌ی یک شکل تغییر نمی‌کند.

۲ گزینه‌ی «۲»

۳ گزینه‌ی «۴»



۴ گزینه‌ی «۱» شکل داده‌شده مرکز تقارن ندارد. (یک محور تقارن دارد.)

۵ گزینه‌ی «۱» چهارده‌ضلعی منتظم چهارده خط تقارن و مثلث متساوی‌الاضلاع، سه خط تقارن دارند.

۶ گزینه‌ی «۳» گزینه «۱» تقارن چرخشی ندارد. گزینه «۲» تقارن چرخشی $۹۰^\circ$ و گزینه «۴» تقارن چرخشی $۱۲۰^\circ$ دارند.

۷ گزینه‌ی «۴»

۸ گزینه‌ی «۴»

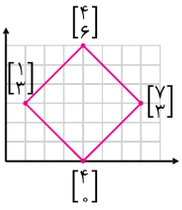
**۹** گزینه‌ی «۱»

$\begin{bmatrix}۱\\۳\end{bmatrix}\xrightarrow{+۴,+۱}\begin{bmatrix}۵\\۴\end{bmatrix}$

**۱۰** گزینه‌ی «۱» نقطه‌ای که روی محور طول‌ها قرار می‌گیرد، مؤلفه‌ی عمودی برابر صفر دارد.

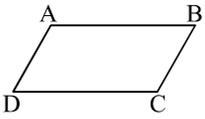
$\square - ۲ = ۰ \Rightarrow \square = ۲$

**۱۱** گزینه‌ی «۱» با مشخص کردن نقاط در دستگاه مختصات مشاهده می‌شود که رأس چهارم باید $\begin{bmatrix}۷\\۳\end{bmatrix}$ باشد.




**۱۲** گزینه‌ی «۳» روش اوّل: می‌توانیم سه نقطه‌ی داده‌شده را در دستگاه مختصات مشخّص کنیم و سپس یکی‌یکی گزینه‌ها را امتحان کنیم که کدام نقطه با آن سه تا تشکیل متوازی‌الاضلاع می‌دهد.

**نکته:** اگر نقاط A، B، C و D رأس‌های متوازی‌الاضلاع باشند و مانند شکل زیر به ترتیب قرار گرفته باشند، آن‌گاه حاصل‌جمع مختصات رأس‌های روبه‌رو با هم برابر است؛ یعنی: مختصات D + مختصات B = مختصات C + مختصات A




اگر اسم‌گذاری رأس‌ها معلوم نباشد آن‌گاه رأس چهارم متوازی‌الاضلاع می‌تواند سه جای مختلف داشته باشد.

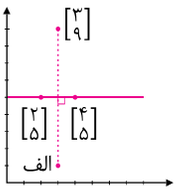
روش دوم:

$\begin{bmatrix}۵\\۱\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}۳\\۶\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۳\\۲\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\bigcirc\\\square\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{bmatrix}\bigcirc\\\square\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۵\\۵\end{bmatrix}$

نقطه‌ی چهارم متوازی‌الاضلاع می‌تواند دو جای دیگر (دو مختصات دیگر) هم داشته باشد که جزء گزینه‌ها نیست. به صورت زیر:

$\begin{bmatrix}۵\\۱\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}۳\\۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\bigcirc\\\square\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}۳\\۶\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{bmatrix}\bigcirc\\\square\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۵\\-۳\end{bmatrix}$ $\qquad$ $\begin{bmatrix}۳\\۶\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}۳\\۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\bigcirc\\\square\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}۵\\۱\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{bmatrix}\bigcirc\\\square\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱\\۷\end{bmatrix}$

**۱۳** گزینه‌ی «۱»




**۱۴** گزینه‌ی «۳» روش اوّل: هریک از سه رأس مثلث را به نقطه‌ی (م) وصل کرده و به همان اندازه امتداد می‌دهیم تا به رأس‌های قرینه برسیم و به کمک شکل مختصات آن‌ها را پیدا می‌کنیم.

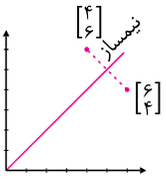
**نکته:** برای به‌دست آوردن قرینه‌ی نقطه‌ی $A=\begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix}$ نسبت به نقطه‌ی $M=\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}$ می‌توانیم از رابطه‌ی زیر استفاده کنیم:

$\begin{bmatrix}۲\times x-a\\۲\times y-b\end{bmatrix}$

روش دوم: $\begin{bmatrix}۱۰\\۹\end{bmatrix}=$ م مرکز تقارن است.

الف $\begin{bmatrix}۵\\۷\end{bmatrix}\xrightarrow{\text{قرینه}}\begin{bmatrix}۱۰\times۲-۵\\۹\times۲-۷\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱۵\\۱۱\end{bmatrix}$ $\qquad$ ب $\begin{bmatrix}۵\\۳\end{bmatrix}\xrightarrow{\text{قرینه}}\begin{bmatrix}۱۰\times۲-۵\\۹\times۲-۳\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱۵\\۱۵\end{bmatrix}$ $\qquad$ ج $\begin{bmatrix}۹\\۳\end{bmatrix}\xrightarrow{\text{قرینه}}\begin{bmatrix}۱۰\times۲-۹\\۹\times۲-۳\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱۱\\۱۵\end{bmatrix}$

**۱۵** گزینه‌ی «۱»

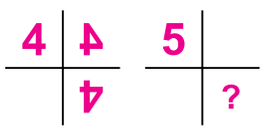


## بسته تمرین ۳

**۱. در کدام شکل مرکز تقارن محل برخورد قطرها نیست؟**

۱) لوزی ۲) متوازی‌الاضلاع ۳) شش‌ضلعی منتظم ۴) ذوزنقه

**۲. شکل 4 مقابل دو آیینه قرار گرفته، دو بار منعکس شده است. اگر چنین اتفاقی برای 5 بیفتد، به جای علامت سؤال کدام گزینه را می‌توان قرار داد؟** (کانگورو)

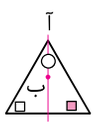



۱) ۲) ۳) ۴)

**۳. تعداد محور تقارن کدام شکل، با بقیه متفاوت است؟**

۱) ۲) ۳) ۴)

**۴. اگر قرینه‌ی مثلث متساوی‌الاضلاع زیر را حول خط (آ) به دست آوریم و سپس حول نقطه‌ی (ب) $180^\circ$ دوران دهیم شکل حاصل کدام است؟**

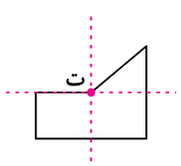



۱) ۲) ۳) ۴)

**۵. چندضلعی منتظمی ○×۳ تا خط تقارن دارد. اگر بدانیم که این چندضلعی مرکز تقارن هم دارد، مقدار ○ کدام است؟**

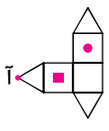
۱) ۷ ۲) ۸ ۳) ۵ ۴) ۳

**۶. این شکل را حول نقطه‌ی (ت) نیم‌دور در صفحه می‌چرخانیم. کدام‌یک از شکل‌های زیر نتیجه این نیم‌دور چرخش است؟** (تیمز)




۱) ۲) ۳) ۴)

**۷. اگر شکل مقابل را حول نقطه‌ی (آ)، $180^\circ$ دوران دهیم، کدام شکل به دست می‌آید؟**




۱) ۲) ۳) ۴)

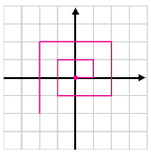
۸. خطی را که از دو نقطه‌ی $\begin{bmatrix}۲\\۳\end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix}۱\\۱\end{bmatrix}$ می‌گذرد در نظر بگیرید. کدام‌یک از نقاط زیر به تنهایی در یک طرف این خط قرار می‌گیرد؟

۱) $\begin{bmatrix}۴\\۴\end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix}۳\\۱\end{bmatrix}$ ۳) $\begin{bmatrix}۳\\۳\end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix}۱\\۳\end{bmatrix}$

۹. کدام دو نقطه به هم نزدیک‌ترند؟ (آزمون ورودی)

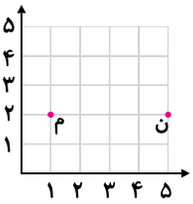
۱) $\begin{bmatrix}۳\\۲\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}۵\\۲\end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix}۳\\۳\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}۵\\۴\end{bmatrix}$ ۳) $\begin{bmatrix}۴\\۱\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}۴\\۲\end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix}۱\\۱\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}۲\\۲\end{bmatrix}$

۱۰. با توجّه به شکل مقابل، انتهای دهمین پاره‌خط کدام است؟



۱) $\begin{bmatrix}۲\\۲\end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix}۳\\۳\end{bmatrix}$ ۳) $\begin{bmatrix}۲\\۳\end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix}۳\\۲\end{bmatrix}$

۱۱. دو نقطه‌ی (م) و (ن) در شکل زیر نشان داده شده‌اند. مازیار می‌خواهد نقطه‌ی (پ) را طوری انتخاب کند که مثلث (م ن پ) یک مثلث متساوی‌الساقین باشد. کدام‌یک از نقطه‌های زیر می‌تواند نقطه‌ی (پ) باشد؟ (تیمز)

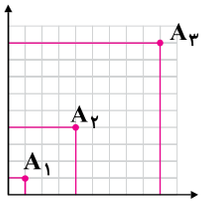



۱) $\begin{bmatrix}۳\\۵\end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix}۳\\۲\end{bmatrix}$ ۳) $\begin{bmatrix}۱\\۵\end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix}۵\\۱\end{bmatrix}$

۱۲. مساحت ذوزنقه‌ای که چهار رأس آن به ترتیب $\begin{bmatrix}۰\\۰\end{bmatrix}$ = آ و $\begin{bmatrix}۰\\۳\end{bmatrix}$ = ب و $\begin{bmatrix}۳\\۰\end{bmatrix}$ = س و $\begin{bmatrix}۳\\۵\end{bmatrix}$ = د باشد، برابر کدام گزینه است؟

۱) ۲۴ ۲) ۱۲ ۳) ۶ ۴) ۸

۱۳. با توجّه به شکل روبه‌رو نقطه‌ی $A_{۱۳}$ چه مختصاتی دارد؟




۱) $\begin{bmatrix}۱۹۶\\۱۹۶\end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix}۲۵۶\\۲۵۶\end{bmatrix}$ ۳) $\begin{bmatrix}۱۶۹\\۱۶۹\end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix}۱۴۴\\۱۴۴\end{bmatrix}$

۱۴. اگر مختصات رأس‌های مستطیلی $\begin{bmatrix}۰\\۲\end{bmatrix}$، $\begin{bmatrix}۳\\۲\end{bmatrix}$، $\begin{bmatrix}۳\\۰\end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix}۰\\۰\end{bmatrix}$ باشند، با ضرب کردن مختصات رأس‌های آن در ۳ (یعنی ضرب کردن مؤلفه‌های افقی و عمودی در ۳) مستطیل جدیدی به دست می‌آید. مساحت آن چه عددی است؟

۱) ۵۴ ۲) ۷۴ ۳) ۶۴ ۴) ۲۴

۱۵. قرینه‌ی مثلث (ر و م) به مختصات $\begin{bmatrix}۳\\۴\end{bmatrix}$، $\begin{bmatrix}۲\\۵\end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix}۱\\۴\end{bmatrix}$ نسبت به نقطه‌ی (د) به مختصات $\begin{bmatrix}۵\\۶\end{bmatrix}$ با کدام‌یک از گزینه‌های زیر برابر است؟ (آزمون ورودی)

۱) $\begin{bmatrix}۸\\۱۰\end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix}۷\\۱۱\end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix}۶\\۱۰\end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix}۹\\۸\end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix}۴\\۱۰\end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix}۲\\۸\end{bmatrix}$ ۳) $\begin{bmatrix}۶\\۱۰\end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix}۸\\۷\end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix}۶\\۱۰\end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix}۷\\۸\end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix}۸\\۷\end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix}۹\\۸\end{bmatrix}$

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۱. | ۱ ۲ ۳ ۴ | ۴. | ۱ ۲ ۳ ۴ | ۷. | ۱ ۲ ۳ ۴ | ۱۰. | ۱ ۲ ۳ ۴ | ۱۳. | ۱ ۲ ۳ ۴ |
| ۲. | ۱ ۲ ۳ ۴ | ۵. | ۱ ۲ ۳ ۴ | ۸. | ۱ ۲ ۳ ۴ | ۱۱. | ۱ ۲ ۳ ۴ | ۱۴. | ۱ ۲ ۳ ۴ |
| ۳. | ۱ ۲ ۳ ۴ | ۶. | ۱ ۲ ۳ ۴ | ۹. | ۱ ۲ ۳ ۴ | ۱۲. | ۱ ۲ ۳ ۴ | ۱۵. | ۱ ۲ ۳ ۴ |

**توجّه:** حالا با توجّه به پاسخ‌نامه و از طریق فرمول می‌توانید درصد پاسخگویی خود به سؤالات را مشخص نموده و ادامه مسیر خود را مطابق دستورالعمل آمده، مشخص کنید.

$$\text{درصد پاسخگویی} = \frac{\text{تعداد سؤالات با پاسخ درست}}{\text{تعداد کل سؤالات}} \times ۱۰۰$$

## شناسنامه سؤالات بسته تمرین ۳

| شماره سؤال | عنوان زیرموضوع | سطح سؤال | پاسخ | سؤال متناظر در پیش‌آزمون |
|---|---|---|---|---|
| ۱ | مرکز تقارن و تقارن مرکزی | ۲ | ۴ | ۱ |
| ۲ | مرکز تقارن و تقارن مرکزی | ۳ | ۳ | ۳ |
| ۳ | محور تقارن و تقارن محوری | ۲ | ۴ | ۳ |
| ۴ | مرکز و محور تقارن شکل‌های خاص | ۳ | ۴ | ۴ |
| ۵ | مرکز و محور تقارن چندضلعی‌های منتظم | ۲ | ۲ | ۵ |
| ۶ | دوران و تقارن چرخشی | ۲ | ۴ | ۶ |
| ۷ | دوران و تقارن چرخشی | ۳ | ۳ | ۶ |
| ۸ | مختصات نقطه در دستگاه مختصات | ۲ | ۴ | ۷ ۸ |
| ۹ | مختصات نقطه در دستگاه مختصات | ۳ | ۳ | ۷ ۸ |
| ۱۰ | مختصات نقطه در دستگاه مختصات | ۳ | ۲ | ۷ ۸ |
| ۱۱ | شکل‌های هندسی در دستگاه مختصات | ۳ | ۱ | ۹ |
| ۱۲ | شکل‌های هندسی در دستگاه مختصات | ۲ | ۲ | ۹ |
| ۱۳ | شکل‌های هندسی در دستگاه مختصات | ۳ | ۳ | ۹ |
| ۱۴ | شکل‌های هندسی در دستگاه مختصات | ۳ | ۱ | ۹ |
| ۱۵ | تقارن و دستگاه مختصات | ۳ | ۴ | ۱۰ |

## پاسخ‌نامه

۱ گزینه‌ی «۴»

۲ گزینه‌ی «۳» باید قرینه‌ی 5 را نسبت به محور عمودی و سپس نسبت به محور افقی به‌دست آوریم.

۳ گزینه‌ی «۴» شکل‌های گزینه‌های «۱»، «۲» و «۳» هر کدام ۲ محور تقارن دارند، اما شکل گزینه‌ی «۴»، یک محور تقارن دارد.

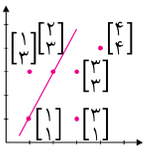
۴ گزینه‌ی «۴»

۵ گزینه‌ی «۲» چون این چندضلعی مرکز تقارن دارد، پس تعداد ضلع‌هایش زوج است. $(۲۴ = ⑧ \times ۳)$ پس دایره می‌تواند ۸ باشد.

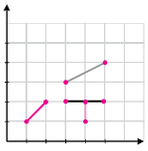
۶ گزینه‌ی «۴» نیم‌دور یعنی همان ۱۸۰ درجه چرخش، کافی است. قرینه‌ی چند نقطه از شکل را نسبت به نقطه‌ی (ت) به‌دست می‌آوریم و با گزینه‌ها مقایسه می‌کنیم.

**۷** گزینه‌ی «۳»

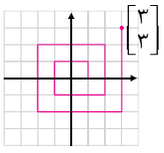
**۸** گزینه‌ی «۴»



**۹** گزینه‌ی «۳»



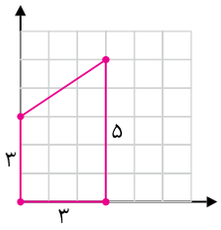
**۱۰** گزینه‌ی «۲» با توجّه به الگویی که در رسم وجود دارد، انتهای دهمین پاره‌خط نقطه‌ی $\begin{bmatrix}۳\\۳\end{bmatrix}$ است.



**۱۱** گزینه‌ی «۱» برای این‌که مثلث متساوی‌الساقین شود، مؤلفه‌ی افقی (پ) باید وسط مؤلفه‌ی افقی نقاط (ن) و (م) باشد: $\frac{۱+۵}{۲}=۳$

گزینه‌های ۱ و ۲ مؤلفه‌ی افقی ۳ دارند. چون مؤلفه‌ی عمودی نقطه‌ی $\begin{bmatrix}۳\\۲\end{bmatrix}$ با مؤلفه‌های عمودی نقاط (ن) و (م) مساوی است، پس روی یک خط قرار می‌گیرند و مثلث تشکیل نمی‌شود. بنابراین مختصات نقطه‌ی (پ) برابر $\begin{bmatrix}۳\\۵\end{bmatrix}$ است.

**۱۲** گزینه‌ی «۲» ابتدا نقاط چهار رأس ذوزنقه را در دستگاه مشخّص می‌کنیم.

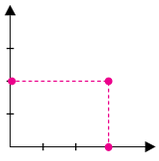



$$\text{مساحت ذوزنقه}=\frac{(۳+۵)\times ۳}{۲}=۱۲$$

**۱۳** گزینه‌ی «۳» مؤلفه افقی و عمودی هر نقطه برابراست با شماره‌ی آن نقطه ضرب در خودش.

| نقطه | $A_۱$ | $A_۲$ | $A_۳$ | ... | $A_{۱۳}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| مختصات | $\begin{bmatrix}۱\\۱\end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix}۴\\۴\end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix}۹\\۹\end{bmatrix}$ | | $\begin{bmatrix}۱۶۹\\۱۶۹\end{bmatrix}$ |
| | $۱\times ۱=۱$ | $۲\times ۲=۴$ | $۳\times ۳=۹$ | | $۱۳\times ۱۳=۱۶۹$ |

**۱۴** گزینه‌ی «۱» اگر نقاط داده‌شده را در دستگاه مختصات رسم کنید مستطیلی به دست می‌آید به طول ۳ و عرض ۲ که مساحت آن می‌شود: $۳\times ۲=۶$



هر گاه مؤلفه‌های افقی و عمودی همه‌ی رأس‌های یک مستطیل را ۳ برابر کنیم، مساحت آن ۹ برابر می‌شود:

$$(۳\times ۳=۹)\Rightarrow \text{مساحت مستطیل جدید}=۶\times ۹=۵۴$$

همچنین می‌توانید مؤلفه‌ها را سه برابر کنید و شکل مستطیل جدید را نیز رسم کنید. (طول آن ۹ و عرض آن ۶ می‌شود.)

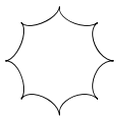
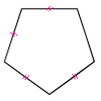
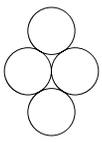
**۱۵** گزینه‌ی «۴» روش اوّل: مثلث را در دستگاه مختصات رسم کرده و سپس قرینه‌ی آن را نسبت به نقطه $\begin{bmatrix}۵\\۶\end{bmatrix}$ نیز رسم می‌کنیم.

روش دوم:

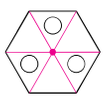
$$\begin{bmatrix}۵\times ۲-۲\\۶\times ۲-۵\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۸\\۷\end{bmatrix}\qquad \begin{bmatrix}۵\times ۲-۱\\۶\times ۲-۴\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۹\\۸\end{bmatrix}\qquad \begin{bmatrix}۵\times ۲-۳\\۶\times ۲-۴\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۷\\۸\end{bmatrix}$$

# آزمون پایانی

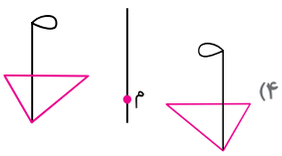
**۱. کدام شکل هم مرکز تقارن دارد، هم خط‌های تقارن بیشتری دارد؟**

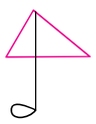
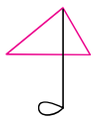
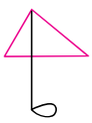
۱) 
۲) 
۳)
۴) 

**۲. در کدام شکل، نقطه‌ی مشخص‌شده مرکز تقارن است؟**

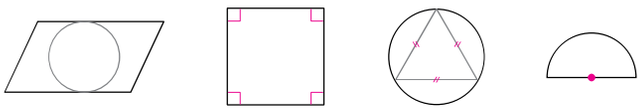
۱) 
۲)
۳)
۴)

**۳. شکل زیر را ابتدا نسبت به نقطه (م) قرینه می‌کنیم و سپس شکل به‌دست آمده را نسبت به محور مشخص شده در شکل قرینه می‌کنیم، شکل نهایی کدام می‌تواند باشد؟**



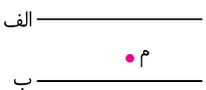

۱) 
۲) 
۳) 
۴) 

**۴. چند تا از شکل‌های زیر، حداقل دو محور تقارن دارند؟**



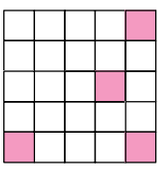
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

**۵. دو خط (الف) و (ب) موازی‌اند. نقطه‌ی (م) از خط (الف) ۸۳ میلی‌متر و از خط (ب) ۶۲ میلی‌متر فاصله دارد. ابتدا قرینه‌ی نقطه‌ی (م) نسبت به خط (الف) و سپس قرینه‌ی نقطه‌ی به‌دست‌آمده را نسبت به خط (ب) تعیین می‌کنیم و آن را (ج) می‌نامیم. فاصله‌ی نقطه‌ی (ج) از خط (الف) چند میلی‌متر است؟**




۱) ۲۲۸ ۲) ۱۴۵
۳) ۳۸۹ ۴) ۳۷۳

**۶. حداقل چند مربع دیگراز شکل زیر را رنگی کنیم تا شکل، ۴ محور تقارن داشته باشد؟**



۱) ۲ ۲) ۳
۳) ۴ ۴) ۵

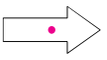
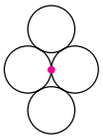
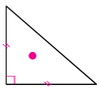
**۷. کدام جمله نادرست است؟**

۱) در لوزی محل برخورد قطرها، مرکز تقارن است.
۲) هر شش‌ضلعی، شش محور تقارن دارد.
۳) مستطیلی که چهار محور تقارن داشته باشد، مربع است.
۴) متوازی‌الاضلاع محور تقارن ندارد.

**۸. چندضلعی منتظمی هفت محور تقارن دارد. این چندضلعی چند قطر دارد؟**

۱) ۲۰ ۲) ۱۴ ۳) ۹ ۴) ۷

**۹.** کدام شکل، تقارن چرخشی دارد؟

۱) 
۲) 
۳)
۴) 

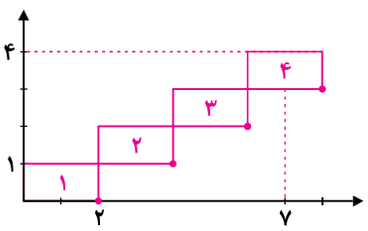
**۱۰.** شکل زیر را $90^\circ$ در جهت خلاف عقربه‌های ساعت دوران می‌دهیم. شکل حاصل از این دوران کدام است؟

۱)
۲)
۳)
۴)

**۱۱.** نقطه‌ای که در مبدأ مختصات قرار دارد، به این صورت حرکت می‌کند: «در گام اوّل یک واحد به راست می‌رود؛ در گام دوم دو واحد بالا، در گام سوم سه واحد به چپ، در گام چهارم، چهار واحد به پایین، در گام پنجم پنج واحد به راست و به همین ترتیب ادامه می‌دهد.» بعد از ده گام، مختصات نقطه کدام می‌شود؟ (کانگورو)

۱) $\begin{bmatrix}۵\\۱۰\end{bmatrix}$
۲) $\begin{bmatrix}۵\\۶\end{bmatrix}$
۳) $\begin{bmatrix}۱۰\\۵\end{bmatrix}$
۴) $\begin{bmatrix}۶\\۵\end{bmatrix}$

**۱۲.** در دستگاه مختصات زیر، در مستطیل شماره ۳۰، مختصات گوشه‌ی سمت راست پایین که با نقطه‌ی پررنگ مشخص‌شده، کدام است؟




۱) $\begin{bmatrix}۳۰\\۳۰\end{bmatrix}$
۲) $\begin{bmatrix}۶۰\\۶۰\end{bmatrix}$
۳) $\begin{bmatrix}۶۰\\۲۹\end{bmatrix}$
۴) $\begin{bmatrix}۳۰\\۲۹\end{bmatrix}$

**۱۳.** رابطه‌ی مشخصی بین طول و عرض هر یک از نقاط زیر وجود دارد که در یکی از گزینه‌ها، این رابطه نیست. گزینه‌ی **ناهماهنگ** کدام است؟

۱) $\begin{bmatrix}۵\\۱۰\end{bmatrix}$
۲) $\begin{bmatrix}۰\\۱\end{bmatrix}$
۳) $\begin{bmatrix}۳\\۷\end{bmatrix}$
۴) $\begin{bmatrix}۴\\۹\end{bmatrix}$

**۱۴.** یک خرگوش که در نقطه‌ی $\begin{bmatrix}۸\\۲\end{bmatrix}$ ایستاده، در پرش اوّل سه واحد به سمت چپ، در پرش دوم چهار واحد به سمت پایین، در پرش سوم پنج واحد به سمت راست و در پرش چهارم هفت واحد به سمت بالا می‌پرد و به‌طور مرتب این حرکات را تکرار می‌کند. اگر بدانیم این خرگوش در کل ۱۳۷ بار پرش انجام می‌دهد، در نهایت به چه نقطه‌ای می‌رسد؟ (آزمون ورودی)

۱) $\begin{bmatrix}۷۶\\۱۰۱\end{bmatrix}$
۲) $\begin{bmatrix}۱۰۴\\۷۳\end{bmatrix}$
۳) $\begin{bmatrix}۷۶\\۱۰۴\end{bmatrix}$
۴) $\begin{bmatrix}۷۳\\۱۰۴\end{bmatrix}$

**۱۵.** مساحت مربعی که دو رأس مقابل آن $\begin{bmatrix}۳۴\\۲۰\end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix}۴۰\\۲۰\end{bmatrix}$ باشد، کدام گزینه است؟ (آزمون ورودی)

۱) ۱۶
۲) ۱۷
۳) ۱۸
۴) ۲۰

**۱۶.** نقطه‌های $\begin{bmatrix}۰\\۰\end{bmatrix}$، $\begin{bmatrix}۲\\۰\end{bmatrix}$، $\begin{bmatrix}۱\\۳\end{bmatrix}$، $\begin{bmatrix}۳\\۳\end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix}۵\\۳\end{bmatrix}$ را روی صفحه‌ی مختصات در نظر می‌گیریم. چند جفت خط موازی وجود دارند که هر کدام از این خط‌ها حداقل از دو نقطه از این مجموعه نقاط می‌گذرد؟ (کانگورو)

۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) بی‌شمار

**۱۷.** نقطه‌ی $A=\begin{bmatrix}۵\\۴\end{bmatrix}$ را در دستگاه مختصات مشخص‌کرده و مبدأ مختصات را به نقطه‌ی $M=\begin{bmatrix}۳\\۱\end{bmatrix}$ منتقل کردیم. مختصات جدید نقطه‌ی $A$ در دستگاه مختصات جدید کدام است؟

۱) $\begin{bmatrix}۲\\۳\end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix}۳\\۲\end{bmatrix}$ ۳) $\begin{bmatrix}۸\\۵\end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix}۵\\۸\end{bmatrix}$

**۱۸.** مرکز دایره‌ای روی نقطه‌ی $\begin{bmatrix}۴۹\\۰\end{bmatrix}$ و یکی از نقاط روی دایره $\begin{bmatrix}۵\\۰\end{bmatrix}$ است. مساحت دایره کدام است؟ $(\pi=۳)$

۱) ۵۰۸۸ ۲) ۵۸۰۸ ۳) ۲۶۴ ۴) ۱۴۵۲

**۱۹.** نقاط $\begin{bmatrix}۳\\۰\end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix}۰\\۲\end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix}۵\\۳\end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix}۱\\۴\end{bmatrix}$ رأس‌های یک چهارضلعی هستند. مساحت این چهارضلعی کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۰ ۳) ۹ ۴) ۱۱

**۲۰.** دو نقطه‌ی $\begin{bmatrix}۴\\۳\end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix}۲\\۱\end{bmatrix}$ دو رأس یک مثلث هستند. کدام نقطه نمی‌تواند رأس دیگر مثلث باشد؟

۱) $\begin{bmatrix}۱\\۰\end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix}۰\\۲\end{bmatrix}$ ۳) $\begin{bmatrix}۰\\۳\end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix}۲\\۰\end{bmatrix}$

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۱. | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵. | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۹. | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۳. | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۷. | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲. | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۶. | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۰. | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۴. | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۸. | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۳. | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۷. | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۱. | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۵. | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۹. | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۴. | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۸. | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۲. | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۶. | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۲۰. | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |

## شناسنامه سؤالات آزمون پایانی

| شماره سؤال | عنوان زیرموضوع | پاسخ |
|---|---|---|
| ۱ | مرکز تقارن و تقارن محوری | ۱ |
| ۲ | محور تقارن و تقارن مرکزی | ۴ |
| ۳ | مرکز تقارن و تقارن محوری | ۳ |
| ۴ | محور تقارن و تقارن مرکزی | ۳ |
| ۵ | محور تقارن و تقارن محوری | ۴ |
| ۶ | محور تقارن و تقارن مرکزی | ۳ |
| ۷ | مرکز و محور تقارن شکل‌های خاص | ۲ |
| ۸ | مرکز و محور تقارن چندضلعی‌های منتظم | ۲ |
| ۹ | دوران و تقارن چرخشی | ۲ |
| ۱۰ | دوران و تقارن چرخشی | ۱ |
| ۱۱ | مختصات نقطه در دستگاه مختصات | ۲ |
| ۱۲ | مختصات نقطه در دستگاه مختصات | ۳ |
| ۱۳ | مختصات نقطه در دستگاه مختصات | ۱ |
| ۱۴ | مختصات نقطه در دستگاه مختصات | ۴ |
| ۱۵ | شکل‌های هندسی در دستگاه مختصات | ۳ |
| ۱۶ | شکل‌های هندسی در دستگاه مختصات | ۲ |
| ۱۷ | شکل‌های هندسی در دستگاه مختصات | ۱ |
| ۱۸ | شکل‌های هندسی در دستگاه مختصات | ۲ |
| ۱۹ | شکل‌های هندسی در دستگاه مختصات | ۴ |
| ۲۰ | شکل‌های هندسی در دستگاه مختصات | ۱ |

## پاسخ‌نامه

۱ **گزینه‌ی «۱»** گزینه «۱»: چهار محور تقارن دارد. مرکز تقارن هم دارد.

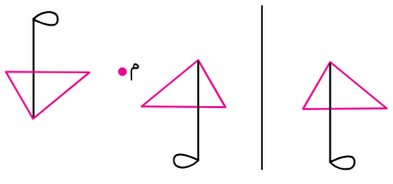
گزینه «۲»: پنج محور تقارن دارد؛ ولی مرکز تقارن ندارد.

گزینه «۳»: دو محور تقارن دارد.

گزینه «۴»: دو محور تقارن دارد.

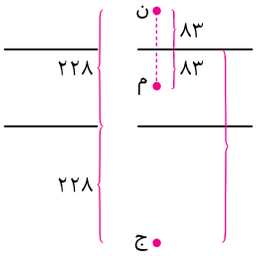
۲ **گزینه‌ی «۴»**

۳ **گزینه‌ی «۳»** ابتدا قرینه‌ی شکل داده‌شده را نسبت به نقطه (م) و سپس قرینه‌ی این شکل را نسبت به محور داده شده به‌دست می‌آوریم.




۴ **گزینه‌ی «۳»** نیم‌دایره یک محور تقارن دارد. شکل محور تقارن ندارد. بقیه شکل‌ها ۲ یا بیشتر از ۲ محور تقارن دارند. (حداقل ۲ محور تقارن دارند.)

**۵** گزینه‌ی «۴» فاصله‌ی بین دو خط (الف) و (ب) $(۱۴۵ = ۸۳ + ۶۲)$ میلی‌متر است.

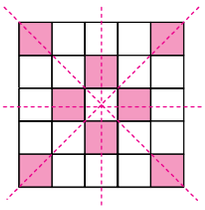



قرینه‌ی (م) نسبت به (الف)، نقطه‌ی (ن) است که نقطه (ن) از خط (ب) ۲۲۸ میلی‌متر $(۸۳ + ۱۴۵)$ فاصله دارد.

قرینه‌ی (ن) نسبت به خط (ب) نقطه (ج) است.

فاصله‌ی (ج) از خط (الف) ۳۷۳ میلی‌متر است. $(۱۴۵ + ۲۲۸)$

**۶** گزینه‌ی «۳»



**۷** گزینه‌ی «۲» اگر شش‌ضلعی منتظم باشد، شش محور تقارن دارد؛ اما اگر منتظم نباشد، شش محور تقارن ندارد.

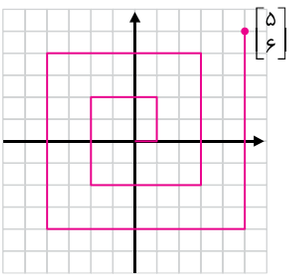
**۸** گزینه‌ی «۲» چون هفت محور تقارن دارد، پس هفت‌ضلعی است.

$$\text{تعداد قطرها} = \frac{۷ \times (۷ - ۳)}{۲} = ۱۴$$

**۹** گزینه‌ی «۲» در گزینه‌ی «۲» شکل داده‌شده تقارن چرخشی $۱۸۰^\circ$ دارد.

**۱۰** گزینه‌ی «۱»

**۱۱** گزینه‌ی «۲»




**۱۲** گزینه‌ی «۳»

| شماره‌ی نقطه | (۱) | (۲) | (۳) | (۴) | ... | (۳۰) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| مختصات | $\begin{bmatrix}۲\\۰\end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix}۴\\۱\end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix}۶\\۲\end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix}۸\\۳\end{bmatrix}$ | | $\begin{bmatrix}۶۰\\۲۹\end{bmatrix}$ |

الگو
$$\begin{cases}\text{طول نقطه} = (\text{شماره‌ی نقطه} \times ۲)\\ \text{عرض نقطه} = (\text{شماره‌ی نقطه} - ۱)\end{cases}$$

**۱۳** گزینه‌ی «۱» در گزینه‌ی «۲» و «۳» و «۴»، عرض هر نقطه برابر است با دو برابر طول همان نقطه به اضافه یک. در گزینه‌ی «۱» این رابطه برقرار نیست.

**۱۴** گزینه‌ی «۴» خرگوش ۳۴ بار این چهار حرکت را تکرار می‌کند و حرکت آخر او سه واحد به سمت چپ است.

$$\begin{array}{r|l} ۱۳۷ & ۴ \\ \hline -۱۲ & ۳۴ \\ ۱۷ & \\ -۱۶ & \\ \hline ۱ & \end{array}$$

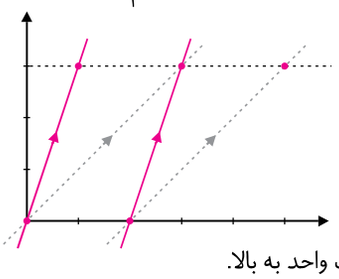
$$\begin{bmatrix}۸\\۲\end{bmatrix} \xrightarrow{-۳+۵} ۲ \quad \begin{bmatrix}۸\\۲\end{bmatrix} \xrightarrow{-۴+۷} ۳$$

$$\begin{bmatrix}۸\\۲\end{bmatrix} \xrightarrow{+۲\times۳۴} \begin{bmatrix}۷۶\\۱۰۴\end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix}۷۶\\۱۰۴\end{bmatrix} -۳ = \begin{bmatrix}۷۳\\۱۰۴\end{bmatrix}$$

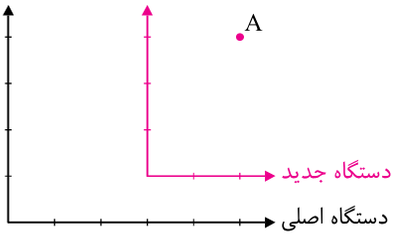
**۱۵** **گزینه‌ی «۳»** فاصله‌ی بین دو رأس داده‌شده در دستگاه مختصات ۶ واحد است و چون دو رأس مقابل هستند پس قطر مربع مساوی ۶ است (نه ضلع آن). بنابراین مساحت مربع را از فرمول مساحت لوزی حساب می‌کنیم.

$$\text{مساحت} = \frac{۶\times ۶}{۲} = ۱۸$$

**۱۶** **گزینه‌ی «۲»**



**۱۷** **گزینه‌ی «۱»** مبدأ مختصات را از $\begin{bmatrix}۰\\۰\end{bmatrix}$ به $\begin{bmatrix}۳\\۱\end{bmatrix}$ منتقل کرده‌ایم، یعنی ۳ واحد به راست و یک واحد به بالا.



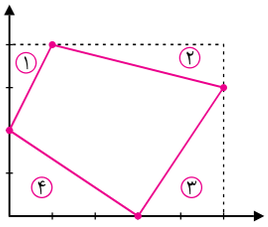

$$\begin{bmatrix}۵\\۴\end{bmatrix}\begin{matrix}-۳\\-۱\end{matrix}=\begin{bmatrix}۲\\۳\end{bmatrix}$$

و چون جای نقطه A تغییر نکرده است پس ۳ واحد از طول و یک واحد از عرض آن کم می‌شود.

**۱۸** **گزینه‌ی «۲»** با توجّه به نقطه‌ی مرکز $\begin{bmatrix}۴۹\\۰\end{bmatrix}$ و نقطه‌ای روی محیط دایره $\begin{bmatrix}۵\\۰\end{bmatrix}$ مشخص است که شعاع دایره ۴۴ $(۴۹-۵=۴۴)$ است. پس:

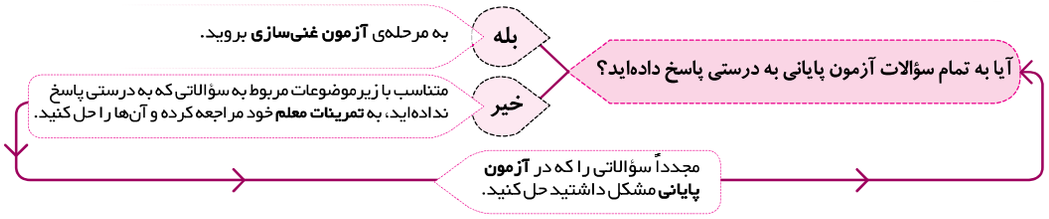
$$\text{مساحت دایره} = ۴۴\times ۴۴\times ۳ = ۵۸۰۸$$

**۱۹** **گزینه‌ی «۴»** با توجّه به شکل، به صورت مستقیم نمی‌توان مساحت این چهارضلعی را به‌دست آورد. ابتدا مطابق شکل نقطه‌ها را به محورها وصل می‌کنیم تا یک مستطیل $۴\times ۵$ درست شود و سپس از مساحت این مستطیل، مساحت مثلث‌های قائم‌الزاویه شکل را کم می‌کنیم تا مساحت چهارضلعی داده‌شده به‌دست آید.



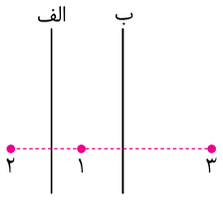

$$\left.\begin{array}{l}\text{مساحت مستطیل} = ۵\times ۴ = ۲۰\\ \text{مساحت مثلث (۱)} = \frac{۲\times ۱}{۲} = ۱\\ \text{مساحت مثلث (۲)} = \frac{۴\times ۱}{۲} = ۲\\ \text{مساحت مثلث} = \frac{۳\times ۲}{۲} = ۳\\ \text{مساحت مثلث} = \frac{۳\times ۲}{۲} = ۳\end{array}\right\} \Rightarrow \text{مساحت چهارضلعی} = ۲۰-(۱+۲+۳+۳) = ۱۱$$

**۲۰** **گزینه‌ی «۱»** شرط تشکیل مثلث با سه نقطه این است که آن سه نقطه روی یک خط راست نباشند. با رسم شکل معلوم می‌شود با نقطه $\begin{bmatrix}۱\\۰\end{bmatrix}$ مثلثی تشکیل نمی‌شود؛ زیرا هر سه نقطه روی یک خط قرار می‌گیرند.



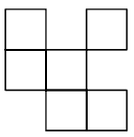
## آزمون غنی‌سازی

**۱. در شکل زیر، دو خط (الف) و (ب) موازی‌اند و فاصله‌ی بین آن‌ها ۳۰ سانتی‌متر است. نقطه (۱) بین دو خط (الف) و (ب) و به فاصله ۱۰ سانتی‌متر از خط (الف) قرار داد. قرینه‌ی نقطه‌ی (۱) نسبت به خط (الف) را نقطه (۲) می‌نامیم قرینه نقطه‌ی (۲) نسبت به خط (ب) را نقطه (۳)، قرینه‌ی نقطه‌ی (۳) نسبت به خط (الف) را نقطه‌ی (۴) و قرینه نقطه (۴) را نسبت به خط (ب) نقطه‌ی (۵) می‌نامیم و به همین ترتیب ادامه می‌دهیم تا نقاط (۱۹) و (۲۰) به دست آیند. فاصله‌ی بین این دو نقطه چند سانتی‌متر است؟**




۱) ۱۰۲۰ ۲) ۱۲۲۰ ۳) ۱۱۰۰ ۴) ۹۸۰

**۲. در شکل زیر می‌خواهیم حداقل یکی از مربع‌های کوچک را رنگی کنیم، طوری که شکل فقط یک محور تقارن داشته باشد. به چندطریق می‌توان این کار را انجام داد؟**



۱) ۱۰ ۲) ۱۲ ۳) ۱۴ ۴) ۱۵

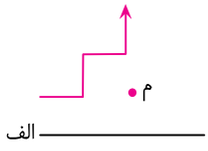
**۳. دو خط متقاطع در صفحه .....**

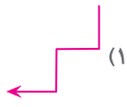
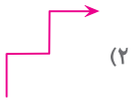
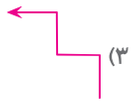
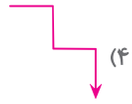
۱) یک محور تقارن و یک مرکز تقارن دارند.
۲) دو محور تقارن و یک مرکز تقارن دارند.
۳) فقط یک مرکز تقارن دارند.
۴) چهار محور تقارن و یک مرکز تقارن دارند.

**۴. در یک n ضلعی منتظم، مجموع تعداد محورهای تقارن، ضلع‌ها و قطرها برابر ۶۶ شده است. این n ضلعی منتظم:**

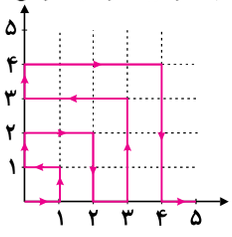
۱) ۲۲ محور تقارن و مرکز تقارن نیز دارد.
۲) ۱۱ محور تقارن و مرکز تقارن نیز دارد.
۳) ۲۲ قطر دارد و مرکز تقارن ندارد.
۴) ۴۴ قطر دارد و مرکز تقارن ندارد.

**۵. اگر شکل زیر را به اندازه‌ی ۲۷۰ درجه حول نقطه‌ی (م) در جهت عقربه‌های ساعت بچرخانیم و سپس آن را نسبت به خط (الف) قرینه کنیم، کدام شکل به دست می‌آید؟**




۱) 
۲) 
۳) 
۴) 

**۶. ذره‌ای به‌صورت زیر در صفحه‌ی مختصات حرکت می‌کند. در دقیقه‌ی اوّل، از مبدأ به نقطه‌ی $\begin{bmatrix}۱\\۰\end{bmatrix}$ می‌رود. بعد مطابق الگوی نشان داده‌شده در شکلِ زیر حرکت می‌کند و همیشه یک واحد مسافت، موازی با یکی از محورهای افقی و عمودی (طول یا عرض) را در یک دقیقه طی می‌کند. این ذره بعد از ۲ ساعت به کدام نقطه می‌رسد؟**




(کانگورو)

۱) $\begin{bmatrix}۱۰\\۰\end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix}۱۱\\۱\end{bmatrix}$
۳) $\begin{bmatrix}۱۰\\۱۱\end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix}۱\\۱۱\end{bmatrix}$

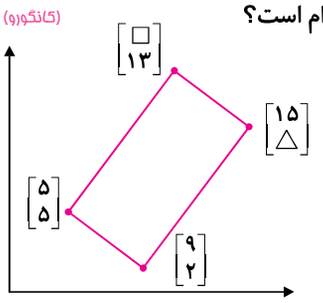
**۷. شش نقطه به مختصات $\begin{bmatrix}۱\\۳\end{bmatrix}$، $\begin{bmatrix}۳\\۱\end{bmatrix}$، $\begin{bmatrix}۳\\۵\end{bmatrix}$، $\begin{bmatrix}۵\\۳\end{bmatrix}$، $\begin{bmatrix}۶\\۳\end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix}۷\\۵\end{bmatrix}$ را در نظر می‌گیریم. رأس‌های کدام شکل هندسی را نمی‌توان از این نقاط انتخاب کرد؟** (کانگورو)

۱) مربع
۲) ذوزنقه
۳) متوازی الاضلاعی که لوزی نباشد.
۴) مثلث متساوی‌الاضلاع

**۸. نقاط $A=\begin{bmatrix}۳\\۲\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}۵\\۵\end{bmatrix}$ و $C=\begin{bmatrix}\square\\۲\end{bmatrix}$ سه رأس یک مثلث هستند. اگر مساحت این مثلث برابر با ۱۲ باشد، طول نقطه‌ی C کدام می‌تواند باشد؟**

۱) ۹ ۲) ۱۱ ۳) ۸ ۴) ۱۳

**۹. در شکل زیر، یک مستطیل در دستگاه مختصات نشان داده شده است. مقدار $\triangle-\square$ کدام است؟** (کانگورو)




۱) $-۱$
۲) ۰
۳) ۱
۴) ۳

**۱۰. چهار نقطه‌ی $\begin{bmatrix}۰\\۰\end{bmatrix}$، $\begin{bmatrix}۱\\۰\end{bmatrix}$، $\begin{bmatrix}۱\\۳\end{bmatrix}$، $\begin{bmatrix}۴\\۳\end{bmatrix}$ را روی صفحات مختصات در نظر گرفته‌ایم. چند مثلث وجود دارند که رأس‌هایشان از این چهار نقطه باشند و مساحتشان عددی طبیعی باشد؟** (کانگورو)

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) صفر

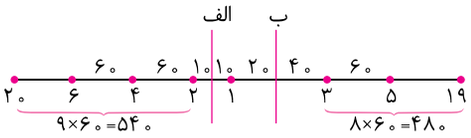
| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۱. | ۱ ۲ ۳ ۴ | ۳. | ۱ ۲ ۳ ۴ | ۵. | ۱ ۲ ۳ ۴ | ۷. | ۱ ۲ ۳ ۴ | ۹. | ۱ ۲ ۳ ۴ |
| ۲. | ۱ ۲ ۳ ۴ | ۴. | ۱ ۲ ۳ ۴ | ۶. | ۱ ۲ ۳ ۴ | ۸. | ۱ ۲ ۳ ۴ | ۱۰. | ۱ ۲ ۳ ۴ |

## شناسنامه سؤالات آزمون غنی‌سازی

| شماره سؤال | عنوان زیرموضوع | سطح سؤال | پاسخ |
|---|---|---|---|
| ۱ | محور تقارن و تقارن محوری | ۳ | |
| ۲ | محور تقارن و تقارن محوری | ۴ | |
| ۳ | محور تقارن و تقارن محوری | ۲ | |
| ۴ | مرکز و محور تقارن چندضلعی‌های منتظم | ۴ | |
| ۵ | دوران و تقارن چرخشی | ۱ | |
| ۶ | مختصات نقطه در دستگاه مختصات | ۱ | |
| ۷ | اشکال هندسی در دستگاه مختصات | ۴ | |
| ۸ | اشکال هندسی در دستگاه مختصات | ۲ | |
| ۹ | اشکال هندسی در دستگاه مختصات | ۳ | |
| ۱۰ | اشکال هندسی در دستگاه مختصات | ۴ | |

## پاسخ‌نامه

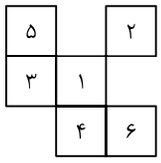
**۱** گزینه‌ی «۳» بین نقاط جدیدی که در سمت راست نقطه‌ی (۳) یا سمت چپ نقطه‌ی (۲) به وجود می‌آیند فاصله‌های ۶۰ سانتی‌متری وجود دارد. در سمت راست نقطه‌ی (۳)، نقاط ۵، ۷، ۹، ... و ۱۹ وجود دارند که ۸ تا فاصله ۶۰ سانتی‌متری بین نقطه (۳) تا نقطه‌ی (۱۹) وجود دارد. ($۸\times۶۰=۴۸۰$ فاصله‌ی نقطه‌ی (۳) تا نقطه‌ی (۱۹)) در سمت چپ نقطه‌ی (۲)، نقاط (۴)، (۶)، (۸)، ... و (۲۰) وجود دارند که ۹ تا فاصله‌ی ۶۰ سانتی‌متری بین آن‌ها است. ($۹\times۶۰=۵۴۰$ فاصله‌ی بین نقطه‌ی ۲ تا نقطه‌ی ۲۰)



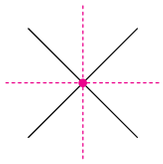

فاصله‌ی نقطه‌ی ۱۹ تا ۲۰ $=۴۸۰+۴۰+۲۰+۱۰+۱۰+۵۴۰=۱۱۰۰$

**۲** گزینه‌ی «۴» با توجّه به محور تقارن می‌توان در حالت‌های زیر یک مربع یا بیشتر را رنگ کرد تا شکل هم‌چنان یک محور تقارن داشته باشد.

| | |
|---|---|
| حالت اوّل ← مربع (۱) رنگی شود. | حالت نهم ← مربع ۲، ۵ و ۶ |
| حالت دوم ← مربع (۲) | حالت دهم ← مربع ۱، ۲، ۳ و ۴ |
| حالت سوم ← مربع (۱) و (۲) | حالت یازدهم ← مربع ۱، ۲، ۵ و ۶ |
| حالت چهارم ← مربع ۳ و ۴ | حالت دوازدهم ← مربع ۳، ۴، ۵ و ۶ |
| حالت پنجم ← مربع ۵ و ۶ | حالت سیزدهم ← مربع ۱، ۳، ۴، ۵ و ۶ |
| حالت ششم ← مربع ۱، ۳ و ۴ | چهاردهم ← مربع ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶ |
| حالت هفتم ← مربع ۲، ۳ و ۴ | پانزدهم ← مربع ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶ |
| حالت هشتم ← مربع ۱، ۵ و ۶ | |



**۳** گزینه‌ی «۲» محل برخورد دو خط متقاطع، مرکز تقارن آن‌ها و همچنین نیمسازهای زاویه‌های بین آن‌ها (که بر هم عمودند) محور تقارن آن‌ها می‌باشد.



**۴** گزینه‌ی «۴» روش اوّل: با حدس و آزمایش تعداد ضلع‌ها به جواب برسیم

**توجّه:** ۱۱ضلعی منتظم ۱۱ محور تقارن دارد ولی مرکز تقارن ندارد.

روش دوم:

$$\text{تعداد قطر} = \frac{n\times(n-3)}{2}$$

در این جا نیز با آزمایش کردن عددهایی به جای n به پاسخ می‌رسیم:

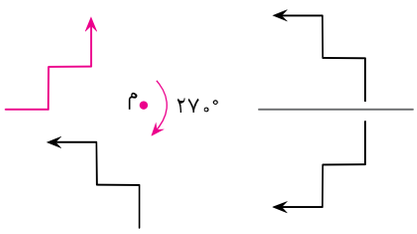
$$\text{تعداد ضلع} = n \text{ و } \text{تعداد محور} = n$$

$$n+n+\frac{n\times(n-3)}{2}=66$$

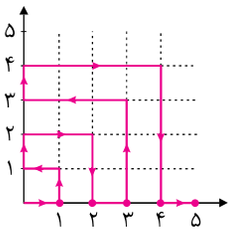
$$\text{تعداد محور تقارن} = 11 \Rightarrow 11 \text{ ضلع}$$

$$\text{تعداد قطر} = \frac{11\times 8}{2} = 44$$

**۵** گزینه‌ی «۱»



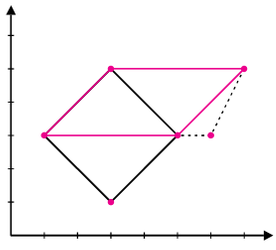

**۶** گزینه‌ی «۱» بعد از ۲ ساعت یعنی بعد از ۱۲۰ دقیقه مدت زمانی را که لازم است تا ذره به نقاط $\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$، $\begin{bmatrix}2\\0\end{bmatrix}$، $\begin{bmatrix}3\\0\end{bmatrix}$ و ... برخورد کند در یک جدول می‌نویسیم و الگوی آن را پیدا می‌کنیم. (این نقاط را ۱، ۲، ۳ و ... شماره‌گذاری می‌کنیم.)



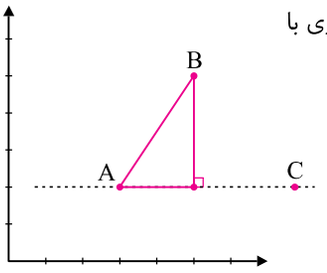

| مختصات نقطه | $\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix}2\\0\end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix}3\\0\end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix}4\\0\end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix}5\\0\end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix}6\\0\end{bmatrix}$ | ... | $\begin{bmatrix}10\\0\end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix}11\\0\end{bmatrix}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| زمان (دقیقه) | ۱ | ۸ | ۹ | ۲۴ | ۲۵ | | | ۱۲۰ | ۱۲۱ |
| الگو | $1\times1$ | $(3\times3)-1$ | $3\times3$ | $5\times5-1$ | $5\times5$ | $6\times6-1$ | | $11\times11-1$ | |

**۷** گزینه‌ی «۴»

بعد از ۱۲۰ دقیقه به نقطه‌ی $\begin{bmatrix}10\\0\end{bmatrix}$ می‌رسد.



**۸** **گزینه‌ی «۲»** چون عرض نقطه‌ی $C$ مساوی ۲ است، پس نقاط $A$ و $C$ روی یک خط موازی با محور طول قرار دارند و $AC$ قاعده‌ی مثلث است. ( $C$ را به‌صورت فرضی رسم کرده‌ایم.)

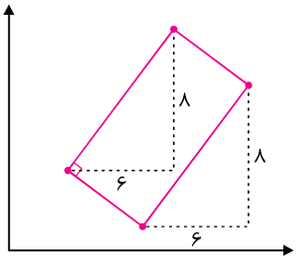



اگر از $B$ ارتفاع مثلث را رسم کنیم برابر با ۳ می‌شود.

$$\text{مساحت مثلث} = \frac{\text{قاعده}\times\text{ارتفاع}}{۲} = ۱۲ \rightarrow \frac{\text{قاعده}\times ۳}{۲} = ۱۲ \rightarrow \text{قاعده} = \frac{۱۲\times ۲}{۳} = ۸$$

از نقطه $A$ تا $C$ برابر با ۸ واحد است و چون طول نقطه‌ی $A$، ۳ می‌باشد، پس طول نقطه‌ی $C$ برابر است با: $۸ + ۳ = ۱۱$

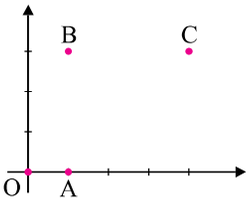
**۹** **گزینه‌ی «۳»** با توجّه به شکل و این‌که طول‌های مستطیل با هم و عرض‌های آن با هم مساوی‌اند:




$$\underbrace{\square}_{۶} - ۵ = \underbrace{۱۵ - ۹}_{۶} \Rightarrow \square = ۱۱$$

$$\underbrace{\triangle - ۲}_{۸} = \underbrace{۱۳ - ۱۵}_{۸} \Rightarrow \triangle = ۱۰$$

**۱۰** **گزینه‌ی «۴»** چهار نقطه را در صفحه مشخص می‌کنیم اگر آن‌ها را مطابق شکل نام‌گذاری کنیم، چهار مثلث به‌وجود می‌آید که مساحت هیچ کدام عدد صحیح نیست.




$$\text{مساحت مثلث BCA} = \frac{۳\times ۳}{۲} = ۴/۵ \qquad \text{مساحت مثلث OAC} = \frac{۱\times ۳}{۲} = ۱/۵$$

$$\text{مساحت مثلث BCO} = \frac{۳\times ۳}{۲} = ۴/۵ \qquad \text{مساحت مثلث OAB} = \frac{۱\times ۳}{۲} = ۱/۵$$