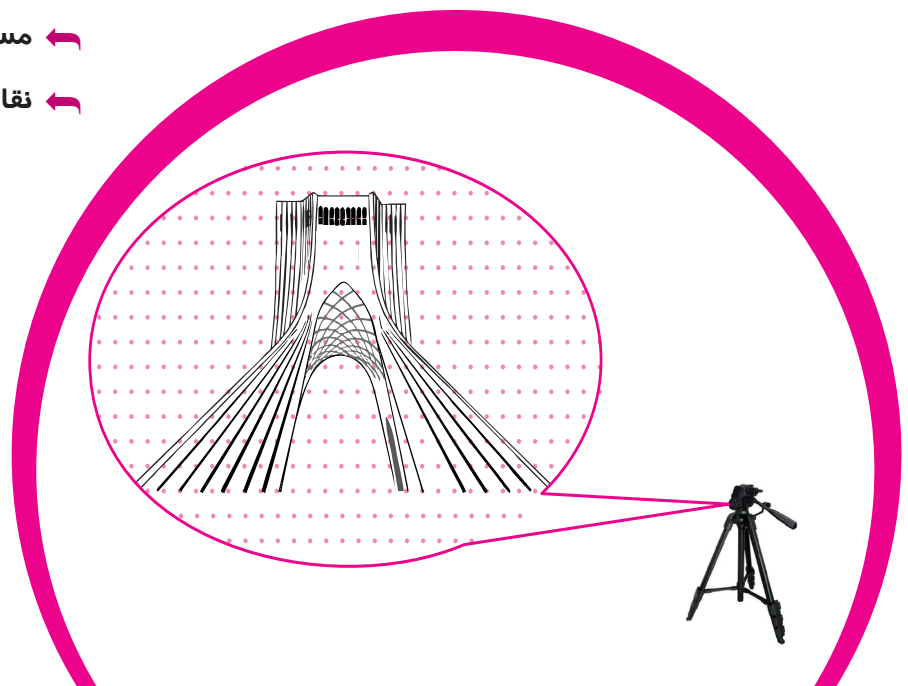


چند ضلعی‌ها

در این فصل خواهیم خواند:

- ← چند ضلعی‌ها و ویژگی‌هایی از آن‌ها
- ← قطر در چند ضلعی‌ها
- ← ویژگی‌های متوازی‌الاضلاع، مستطیل، لوزی و ذوزنقه
- ← مساحت و کاربردهای آن
- ← نقاط شبکه‌ای و مساحت



برج آزادی در سال ۱۳۴۹ خورشیدی، توسط حسین امانت، معمار ۲۴ ساله ایرانی، ساخته شد. گفته می‌شود در سافت برج آزادی پول و شش هزار قطعه سنگ بریده، پرداخت شده و به‌کار رفته است. در ریاضیات برای مناسبه سطح فارسی اجسام کافی است مساحت جانبی را مناسبه کنیم.

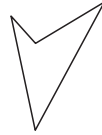
چگونه می‌توان با نقاط شبکه‌ای مشخص شده مساحت برج آزادی را مناسبه کرد؟



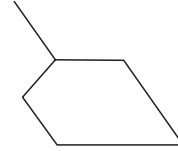
درس اول: چند ضلعی‌ها و ویژگی‌هایی از آنها

پرسی و تمرین

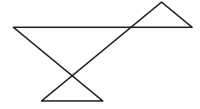
۱. کدام یک از شکل‌های زیر یک چند ضلعی را مشخص می‌کند؟



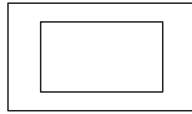
پ.



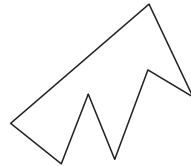
ب.



الف.



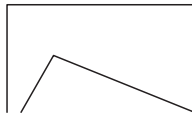
ج.



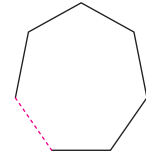
ت.



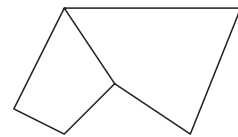
د.



خ.



ح.



چ.

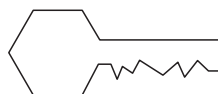
۲. در یک n ضلعی محدب تعداد قطرهای ۱۵ برابر تعداد اضلاع است. n را بیابید.

۳. با اضافه کردن یک رأس به یک n ضلعی محدب، ۲۰ قطر به تعداد قطرهای آن اضافه می‌شود. n را بیابید.

۴. مجموع تعداد اضلاع و قطرهای یک $n+1$ ضلعی نصف تعداد قطرهای یک $2n$ ضلعی است. n را محاسبه کنید.

۵. الف. چندضلعی داده شده محدب است یا مقعر؟

ب. با اضافه کردن یک پاره‌خط آن را به دو چند ضلعی محدب و مقعر تبدیل کنید.



نکته



n چند ضلعی شکلی است شامل $n (n \geq 3)$ پاره‌خط متوالی که: ۱) هر پاره‌خط دقیقاً دو پاره‌خط دیگر را در نقاط انتهایی آنها قطع کند ۲) هر دو پاره‌خط که در یک انتها مشترک اند روی یک خط نباشند.

نکته



تعداد قطرهای یک n ضلعی برابر $\frac{n(n-3)}{2}$ است.

نکته

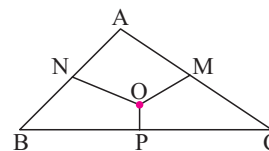


n ضلعی را محدب گوئیم هر گاه با در نظر گرفتن فقط شامل هر ضلع آن، بقیه نقاط چند ضلعی در یک طرف آن خط واقع شوند در غیر این صورت چندضلعی مقعر است.



۶. در شکل با حذف کدام پاره خطها:

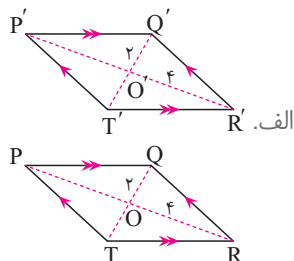
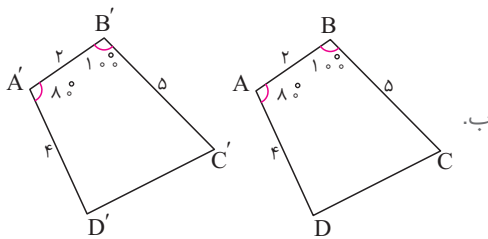
الف. یک چهارضلعی محدب تشکیل می‌شود؟



ب. یک پنج ضلعی مقعر تشکیل می‌شود؟

۷. با توجه به اندازه‌های داده شده، آیا می‌توانید نتیجه بگیرید اندازه‌های سایر ضلع‌ها و زاویه‌های

نظیر، با یکدیگر برابرند؟



۸. درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید.

الف. مربع، یک لوزی است که قطرهایش مساوی‌اند.

ب. هر چهارضلعی که قطرهایش بر هم عمود باشند، مربع است.

پ. متوازی‌الاضلاع یک لوزی است.

ت. هر متوازی‌الاضلاع که زاویه‌ی قائمه دارد، الزاماً مستطیل است.

ث. اگر دو قطر یک چهارضلعی مساوی باشند، این چهارضلعی همواره مستطیل است.

۹. جاهای خالی را با کلمات مناسب کامل کنید.

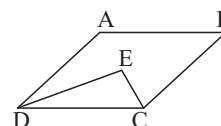
الف. یک چهارضلعی اضلاع مساوی دارد، قطرهای آن _____ است.

ب. متوازی‌الاضلاعی که اضلاعش با هم مساوی‌اند _____ است.

پ. لوزی که قطرهایش بر هم عمود باشند، _____ است.

ت. _____، _____ و _____ همگی نوعی از متوازی‌الاضلاع هستند.

۱۰. در متوازی‌الاضلاع داده شده DE و CE نیمساز هستند. ثابت کنید: $\hat{E} = 90^\circ$.



نکته



ویژگی‌های هابی در متوازی‌الاضلاع:

الف) دو ضلع متقابل هم اندازه‌اند.

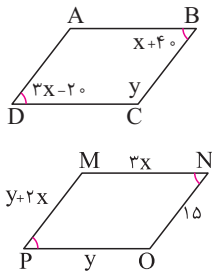
ب) دو زاویه مجاور مکمل‌اند.

پ) دو زاویه متقابل هم اندازه‌اند.

ت) قطرها منصف یکدیگرند.



۱۱. اگر چهارضلعی‌های داده شده متوازی‌الاضلاع باشند، x و y را به دست آورید.

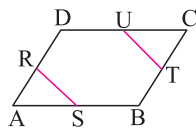


۱۲. چهارضلعی $ABCD$ متوازی‌الاضلاع و O محل برخورد قطرهای آن است. در هر کدام از حالت‌های زیر x و y را به دست آورید.

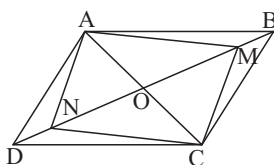
الف. $OD=8$, $OB=x-y$, $OC=20$, $OA=x+y$

ب. $ABCD$ محیط $= 84$, $CD = y$, $AB = 2x$, $AD = 5x$

۱۳. در متوازی‌الاضلاع $ABCD$ ، R ، S ، T ، U وسط اضلاع هستند، ثابت کنید: $RS = TU$



۱۴. در متوازی‌الاضلاع $ABCD$ نقاط M و N را روی قطر BD طوری انتخاب می‌کنیم که $DN = BM$. ثابت کنید چهارضلعی $AMCN$ هم متوازی‌الاضلاع است.



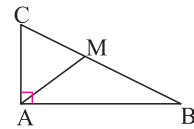


۱۵. ثابت کنید در هر مثلث قائم‌الزاویه، اندازه میانه وارد بر وتر نصف اندازه وتر است. $AM = \frac{BC}{2}$



راهنمایی

میانه AM را به اندازه خودش امتداد دهید و از ویژگی برابری برابری قطره‌های مستطیل استفاده کنید.



۱۶. دارا و سارا مسئله زیر را به دو روش حل کرده‌اند. اثبات آن‌ها را کامل کرده و مشخص کنید که راه حل کدام یک را بیشتر می‌پسندید؟

«اگر در مثلثی اندازه میانه وارد بر یک ضلع نصف اندازه آن ضلع باشد، مثلث قائم‌الزاویه است.»

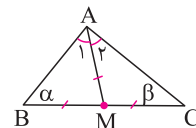
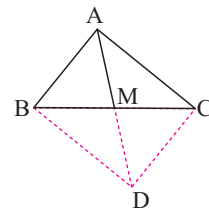
اثبات دارا: میانه AM را از طرف M به اندازه خودش امتداد می‌دهیم تا نقطه D به دست آید.

قطرهای چهارضلعی ABDC همدیگر را _____ کرده‌اند، بنابراین این چهارضلعی _____ است. پس طول قطرهای آن _____ است و می‌توان نتیجه گرفت این چهارضلعی _____ است، در نتیجه: $\widehat{BAC} = \text{_____}$.

اثبات سارا: از آنجا که طبق فرض میانه وارد بر وتر، نصف اندازه وتر است، پس:

_____ و _____ در نتیجه مثلث‌های _____ و _____ متساوی‌الساقین‌اند و خواهیم داشت $\widehat{A} = \widehat{C} = \alpha$ و _____.

از طرفی چون مجموع زاویه‌های داخلی هر مثلث 180° است پس $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$ یعنی $2\alpha + 2\beta = 180^\circ$ و در نتیجه _____.



۱۷. نشان دهید در هر مثلث قائم‌الزاویه:

الف. ضلع مقابل به زاویه 30° درجه نصف وتر است.

ب. ضلع مقابل به زاویه 45° ، $\frac{\sqrt{2}}{2}$ وتر است.



۱۸. در مثلث قائم‌الزاویه ABC زاویه B ، 15° درجه است. نشان دهید اندازه ارتفاع وارد بر وتر برابر با اندازه $\frac{1}{4}$ وتر است.

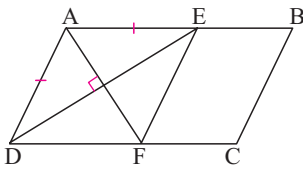
راهنمایی



از رسم ارتفاع و میانه وارد بر وتر کمک بگیرید.

۱۹. نشان دهید متوازی‌الاضلاعی که قطرهای آن نیمساز زاویه‌ها باشند، لوزی است.

۲۰. در متوازی‌الاضلاع $ABCD$ روی ضلع AB پاره‌خط AE را برابر AD جدا کرده و نقاط E و D را به هم وصل می‌کنیم. از A عمودی بر DE رسم می‌کنیم تا ضلع CD را در F قطع کند. ثابت کنید چهارضلعی $Aefd$ لوزی است.



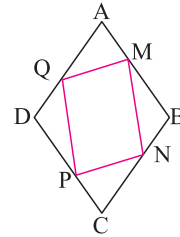
۲۱. ثابت کنید:

الف. مستطیلی که دارای قطرهای عمود بر هم باشد، یک مربع است.

ب. لوزی با قطرهای هم‌اندازه، مربع است.

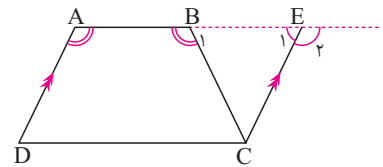


۲۲. در شکل چهار ضلعی ABCD لوزی است و $AM = BN = CP = DQ$. ثابت کنید چهار ضلعی MNPQ متوازی اضلاع است.



۲۳. دوزنقه ABCD را که در آن $\hat{A} = \hat{B}$ می باشد، در نظر بگیرید.

الف. از رأس C نیم خطی موازی AD رسم کنید تا امتداد AB را در E قطع کند و نشان دهید چهار ضلعی به وجود آمده متوازی الاضلاع است.



ب. نشان دهید: $\hat{A} = \hat{E}$

پ. با توجه به فرض مسئله نشان دهید مثلث BCE متساوی الساقین است.

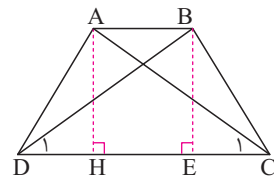
ت. به کمک نتایج به دست آمده در مراحل قبل ثابت کنید:

«اگر در یک دوزنقه دو زاویه مجاور به ساق A و B هم اندازه باشند، دوزنقه متساوی الساقین است.»

۲۴. حسین مسئله زیر را به شکل ارائه شده حل کرده است. با پر کردن جاهای خالی اثبات او را کامل کنید.

«دوزنقه‌ای که اندازه قطرهایش مساوی‌اند، متساوی الساقین است.»

اثبات: چون دو قاعده دوزنقه موازی هستند پس رأس‌های A و B از قاعده CD با رسم دو ارتفاع AH و BE نشان می‌دهیم:



..... } به حالت $\triangle BED \cong \triangle AHC \Rightarrow$

..... } به حالت $\triangle ADC \cong \triangle BCD \Rightarrow AD = BC$ حال می‌توان گفت

پس دوزنقه ABCD متساوی الساقین است.








۲۵. ثابت کنید:

الف. چهارضلعی که از وصل کردن وسط‌های ضلع‌های یک لوزی به دست می‌آید، مستطیل است.

ب. اگر وسط ضلع‌های یک چهارضلعی مقعر را به هم وصل کنیم، یک متوازی‌الاضلاع پدید می‌آید.

۲۶. ثابت کنید اگر در هر چهارضلعی محدب دو ضلع مقابل برابر باشند، با وصل کردن وسط‌های دو ضلع مقابل و وسط‌های دو قطر چهارضلعی، یک لوزی به وجود می‌آید.

۲۷. با توجه به ویژگی‌های چهارضلعی‌ها جدول زیر را کامل کنید.

چهارضلعی					
ویژگی					
موازی بودن ضلع‌ها					
شکل حاصل از برخورد وسط‌های اضلاع					
شکل حاصل از تقاطع نیمساز زاویه‌های داخلی					



پرسش‌های چهارگزینه‌ای



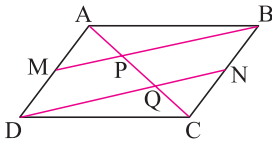
۱. تعداد قطرهای یک چندضلعی محدب از تعداد اضلاع آن ۴۲ واحد بیش‌تر است. تعداد قطرهای کدام است؟

- ۴۵ (۱)
 ۴۸ (۲)
 ۵۲ (۳)
 ۵۴ (۴)

۲. کدام یک از چهارضلعی‌های زیر، یک متوازی‌الاضلاع را مشخص نمی‌کند؟

- (۱) چهارضلعی که دو ضلع موازی و دو ضلع مساوی داشته باشد.
 (۲) چهارضلعی که قطرهایش منصف یکدیگر باشند.
 (۳) چهارضلعی که دو ضلع مساوی و موازی داشته باشد.
 (۴) چهارضلعی که زوایای رو به رویش مساوی باشند.

۳. در متوازی‌الاضلاع ABCD، M و N به ترتیب وسط‌های ضلع‌های AD و BC هستند. کدام گزینه صحیح است؟



- (۱) $BP = 2MP$
 (۲) $PQ = \frac{AC}{3}$
 (۳) $BP = 2QN$
 (۴) $AP = CQ$

۴. وسط‌های اضلاع یک چهارضلعی را به هم وصل کرده‌ایم، چهارضلعی حاصل الزاماً کدام است؟

- (۱) لوزی
 (۲) مستطیل
 (۳) دوزنقه
 (۴) متوازی‌الاضلاع

۵. از تقاطع نیمسازهای داخلی مستطیلی به ابعاد ۱۵ و ۸ واحد، یک چهارضلعی حاصل می‌شود، مساحت این چهارضلعی چند واحد مربع است؟

- ۱۶ (۱)
 ۲۴/۵ (۲)
 ۲۸ (۳)
 ۳۲/۵ (۴)

۶. دو قطر من بر هم عمود نیستند. حتی با هم برابر هم نیستند. من کدام یک از شکل‌های زیر می‌توانم باشم؟

- (۱) متوازی‌الاضلاع
 (۲) مستطیل
 (۳) مستطیل یا متوازی‌الاضلاع
 (۴) لوزی یا مستطیل

۷. یک دوزنقه وقتی متوازی‌الاضلاع است که:

- (۱) دو ساق آن با هم برابر باشند.
 (۲) دو قاعده آن با هم مساوی باشند.
 (۳) قطرهای آن با هم برابر باشند.
 (۴) مجموع دو زاویهٔ روبه‌روی آن نیم‌صفحه باشد.



درس دوم: مساحت و کاربردهای آن

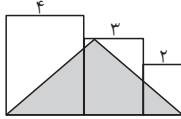
پرسی و تمرین

۱. جاهای خالی را چنان کامل کنید که گزاره‌ای درست حاصل شود.

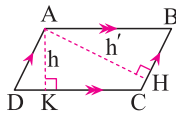
الف. اگر مساحت مثلثی ۵ سانتی‌متر مربع و قاعده‌ی آن ۳ سانتی‌متر باشد، آنگاه ارتفاع آن برابر _____ است.

ب. اگر طول مستطیلی را دو برابر و عرض آن را سه برابر نماییم، مساحتش _____ برابر می‌شود.

پ. شکل سمت چپ از سه مربع تشکیل شده است. مساحت قسمت هاشورخورده _____ است.



۲. در چهارضلعی ABCD اگر $BC = 4$ ، $DC = 6$ ، $AK = 3$ ، اندازه AH چقدر است؟

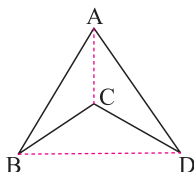


۳. مساحت متوازی‌الاضلاعی به طول ضلع $x+2$ و ارتفاع x دو برابر مساحت یک لوزی به قطرهای ۸ و ۶ است. اندازه قاعده متوازی‌الاضلاع چقدر است؟

۴. نشان دهید مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع به طول ضلع a برابر است با: $\frac{\sqrt{3}a^2}{4}$.

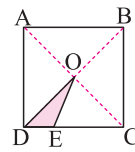
۵. نشان دهید مساحت هر چهارضلعی مقعر که دو قطر آن بر هم عمود باشند، برابر است با نصف حاصل ضرب دو قطر آن.

$$S = \frac{1}{2} AC \times BD$$





۶. در مربع $ABCD$ ، محل برخورد قطرها و $DE = \frac{1}{4}CE$ است. مساحت مثلث ODE چند برابر مساحت مربع است؟

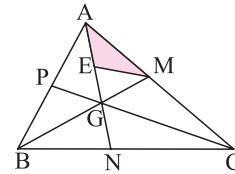


نکته



در دو مثلث با اندازه دو ارتفاع برابر، نسبت مساحت‌ها برابر نسبت اندازه‌های قاعده‌های متناظر این ارتفاع‌ها است.

۷. در مثلث ABC نقطه G محل برخورد میانه‌ها و E وسط AG می‌باشد. مساحت مثلث AME چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟

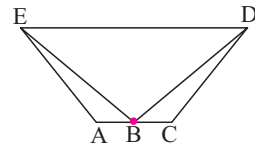


نکته

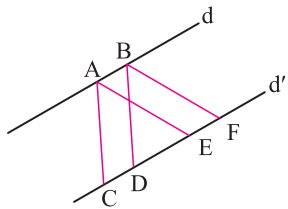


با برخورد سه میانه مثلث، شش مثلث هم‌مساحت ساخته می‌شود.

۸. در شکل مقابل B وسط AC قرار دارد و $DE \parallel AC$ است. ثابت کنید: $S_{ABE} = S_{BCD}$



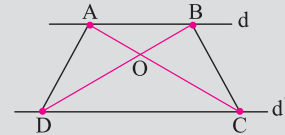
۹. در شکل زیر d و d' موازی‌اند و $ABFE$ و $ABCD$ هر دو متوازی‌الاضلاع هستند. اگر مساحت یکی از این دو متوازی‌الاضلاع برابر S باشد، مساحت دیگری بر حسب S چقدر است؟



نکته

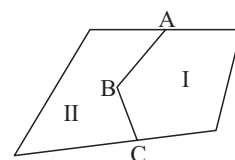


اگر $d \parallel d'$ داریم:



$$S_{AOD} = S_{BOC}$$

۱۰. در شکل دو مزرعه I و II متعلق به دو کشاورز هستند. این دو کشاورز برای استفاده از ماشین‌های کشاورزی می‌خواهند مرز مشترک ABC بین دو زمین خود را به یک پاره‌خط مستقیم تبدیل کنند به طوری که مساحت‌های زمین‌های آن‌ها تغییر نکنند. شما چگونه می‌توانید این کار را برای آن‌ها انجام دهید؟





نکته

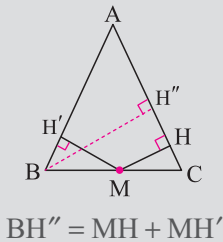


مجموع فاصله‌های هر نقطه درون مثلث متساوی‌الاضلاع از سه ضلع برابر ارتفاع $(\frac{\sqrt{3}}{2}a)$ است.

۱۱. در داخل یک مربع به ضلع $\sqrt{3}$ ، مثلث متساوی‌الاضلاعی به ضلع $\sqrt{3}$ رسم می‌کنیم. مجموع فواصل مرکز مربع از اضلاع مثلث را بیابید.

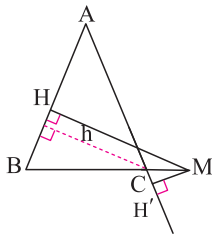
۱۲. اگر نقطه O درون مثلث متساوی‌الاضلاعی به طول ضلع ۴، طوری قرار داشته باشد که از ضلع AC، ۱ سانتی‌متر و از ضلع BC، $\sqrt{3}$ سانتی‌متر فاصله داشته باشد، در این صورت فاصله O از ضلع AB چه قدر است؟

نکته

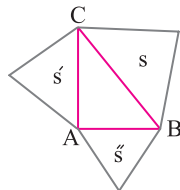


۱۳. در مثلثی به اضلاع ۵، ۵ و ۶ واحد، نقطه‌ی M ضلع بزرگ‌تر را به نسبت ۱ و ۳ تقسیم کرده است. مجموع فواصل M از دو ساق این مثلث را محاسبه کنید.

۱۴. ثابت کنید قدرمطلق تفاضل فواصل هر نقطه دلخواه واقع بر امتداد قاعده مثلث متساوی‌الساقین از ساق‌ها، برابر ارتفاع وارد بر ساق است: $|MH - MH'| = h$.



۱۵. روی هر یک از اضلاع مثلث قائم‌الزاویه ABC مثلث متساوی‌الاضلاعی بنا می‌کنیم. اگر مساحت مثلث ساخته شده روی وتر را S و مساحت دو مثلث دیگر را S' و S'' بنامیم، ثابت کنید: $S = S' + S''$



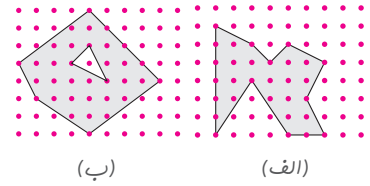
نکته



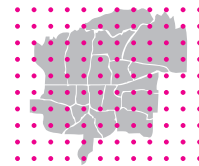
مساحت هر مثلث متساوی‌الاضلاع به طول ضلع a برابر $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ است.



۱۶. در شکل‌های داده‌شده فاصله افقی و عمودی هر نقطه از نقطه مجاورش برابر یک واحد است. مساحت شکل‌های مشخص‌شده را به دست آورید.



۱۷. اگر فاصله نقطه‌های شبکه‌ای را ۱۰ کیلومتر در نظر بگیریم نقشه روبه‌رو که مربوط به یکی از شهرهای جهان است، تقریباً چند کیلومتر مربع است؟

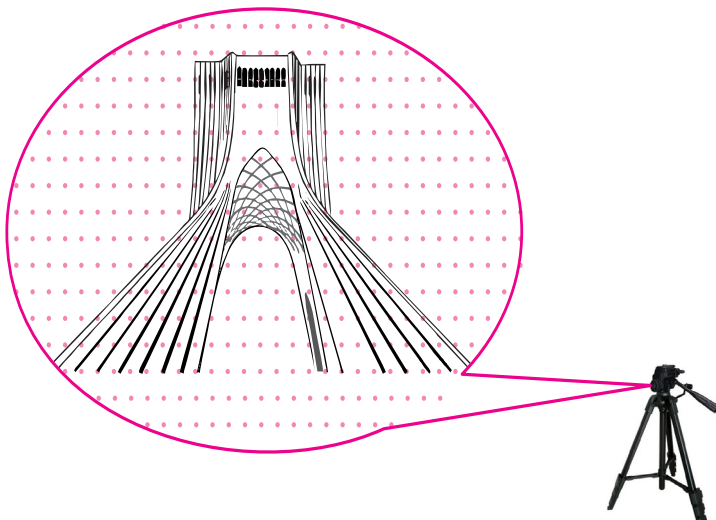


نکته 

$$S = \frac{b}{2} - 1 + i$$

(i: تعداد نقاط درونی - b: تعداد نقاط مرزی)

۱۸. تصویری که یک دوربین نقشه‌برداری از برج آزادی در صفحه ایجاد کرده به صورت مقابل است. اگر فاصله نقاط را ۱ cm در نظر بگیریم، مساحت سطح آنرا محاسبه کنید. به نظر شما اگر تعداد نقاط روی صفحه دوبرابر بود چه تغییری در محاسباتمان ایجاد می‌شود؟





پرسش‌های چهارگزینه‌ای



۱. محیط متوازی‌الاضلاعی ۱۶ و یک ضلع آن ۲ و ارتفاع وارد بر ضلع دیگر $\frac{1}{5}$ است. مساحت

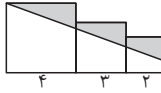
متوازی‌الاضلاع کدام است؟

- ۱) ۶ ۲) ۹۱ ۳) ۱۲ ۴) ۱۸

۲. سه مربع به اضلاع ۲ و ۳ و ۴ مطابق شکل روبه‌رو کنار هم قرار گرفته‌اند، مساحت ناحیه

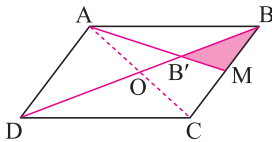
هاشورخورده کدام است؟

- ۱) ۱۱ ۲) $4(2 + \sqrt{2})$
 ۳) $4(1 + \sqrt{2})$ ۴) ۱۸



۳. در متوازی‌الاضلاع ABCD حاصل کسر $\frac{S_{ABCD}}{S_{BB'M}}$ کدام است؟ (M وسط BC)

- ۱) ۹ ۲) ۱۰
 ۳) ۱۱ ۴) ۱۲



۴. نقطه‌ی M درون مثلث متساوی‌الاضلاعی به طول ضلع $6\sqrt{3}$ قرار دارد. مجموع فاصله‌های این

نقطه از سه ضلع چقدر است؟

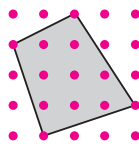
- ۱) ۶ ۲) $4\sqrt{3}$ ۳) $6 + \sqrt{3}$ ۴) ۹

۵. روی تخته‌ای در ردیف‌های افقی و عمودی در فاصله‌های ۱ سانتی‌متری میخ‌هایی کوبیده شده‌اند.

چهار تا از میخ‌ها را مطابق شکل با یک نخ به هم وصل می‌کنیم. مساحت ناحیه محصور به این

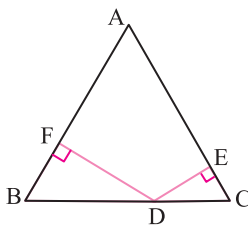
نخ برحسب سانتی‌متر مربع چه عددی است؟

- ۱) ۸ ۲) ۱۰
 ۳) ۹ ۴) ۱۱



۶. مثلث ABC متساوی‌الساقین است. اگر مساحت مثلث ۶ و طول ضلع AB برابر ۴ باشد، آنگاه:

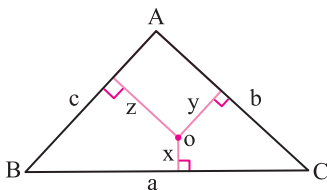
- ۱) $DE + DF = 1$ ۲) $DE + DF = 2$
 ۳) $DE + DF = \frac{3}{2}$ ۴) $DE + DF = 3$



۷. در مثلث ABC در شکل روبه‌رو، a، b، c و طول اضلاع x، y، z و اندازه‌های عمودهای وارد بر

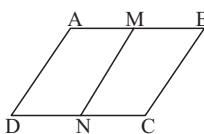
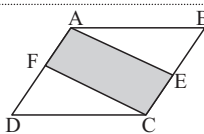
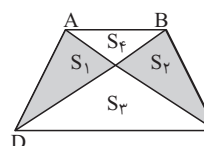
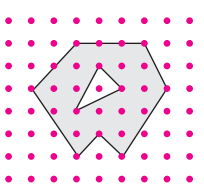
آن‌ها از نقطه دلخواه O درون مثلث است. حاصل $ax + by + cz$ برابر است با:

- ۱) S ۲) 2S
 ۳) $\frac{S}{2}$ ۴) $\frac{3}{4}S$





نمونه سؤالات امتحانی فصل ۳

ردیف	سؤالات	بارم
۱	تعداد قطرهای یک n ضلعی محدب سه برابر تعداد اضلاع آن است. n را بیابید.	۰/۵
۲	اگر در یک چهارضلعی $ABCD$ قطر BD را رسم کنیم و دو مثلث ABD و CDB هم‌نهشت باشند، آیا چهارضلعی $ABCD$ همواره متوازی‌الاضلاع است؟ چرا؟	۰/۵
۳	قضیه زیر را ثابت کنید: «اگر در هر چهارضلعی دو زاویهٔ مقابل هم‌اندازه باشند، چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است.»	۱
۴	در متوازی‌الاضلاع $ABCD$ نقطهٔ M وسط ضلع AB را به نقطهٔ N وسط ضلع CD وصل می‌کنیم. ثابت کنید MN موازی ضلع BC است.	۱
		
۵	ثابت کنید لوزی با زاویه‌های برابر، یک مربع است.	۰/۵
۶	نشان دهید در مثلث قائم‌الزاویه با زاویهٔ ۱۵° درجه ارتفاع وارد بر وتر یک چهارم وتر است.	۱
۷	محیط متوازی‌الاضلاعی ۱۶ سانتی‌متر، یک ضلع آن ۳ سانتی‌متر و ارتفاع وارد بر ضلع دیگر $۲/۵$ سانتی‌متر است. مساحت متوازی‌الاضلاع را حساب کنید.	۰/۵
۸	در متوازی‌الاضلاع $ABCD$ اگر E و F وسط‌های BC و AD باشند مساحت $AECF$ چه کسری از مساحت متوازی‌الاضلاع است؟	۱
		
۹	نشان دهید نقطه هم‌رسی سه میانه هر مثلث، به فاصله $۱/۳$ اندازه هر میانه از وسط ضلع نظیر این میانه و به فاصله $۲/۳$ اندازه این میانه از رأس نظیر این میانه واقع است.	۱/۵
۱۰	اگر در یک مثلث متساوی‌الاضلاع فاصله‌های نقطه M درون مثلث از سه ضلع برابر ۲ و ۴ و ۶ باشند. اندازه ضلع مثلث را محاسبه کنید.	۰/۵
۱۱	اگر دو قطر یک دوزنقه را رسم کنیم دو پروانه متولد می‌شود. نشان دهید حاصل ضرب مساحت بال‌های دو پروانه یکسان است. یعنی: $S_1 S_2 = S_3 S_4$	۱
		
۱۲	در شکل روبه‌رو فاصلهٔ هر دو نقطهٔ متوالی به صورت افقی و عمودی برابر واحد است. مساحت قسمت هاشور خورده را بیابید.	۱
		
۱۰	جمع نمره	



آزمون غنی سازی



۱. تعداد قطرهای یک چندضلعی محدب 20 است. از هر رأس این چندضلعی چند قطر می‌گذرد؟

- ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

۲. برای این که دو قطر چهارضلعی یکدیگر را نصف کنند، لازم است که این چهارضلعی:

- (۱) مربع باشد. (۲) مستطیل باشد.
 (۳) لوزی باشد. (۴) متوازی‌الاضلاع باشد.

۳. در یک دوزنقه متساوی‌الساقین به قاعده‌های 12 و 4 ، طول ارتفاع وارد بر قاعده 4 است. وسط‌های اضلاع را به هم وصل می‌کنیم،

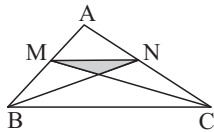
محیط چهارضلعی حاصل چقدر است؟

- (۱) $8\sqrt{5}$ (۲) $8\sqrt{10}$ (۳) $4\sqrt{5}$ (۴) $4\sqrt{10}$

۴. نیمسازهای زوایای داخلی یک مستطیل مربعی می‌سازند که یک رأس آن روی محیط مستطیل است. نسبت اضلاع مستطیل چقدر است؟

- (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) 2

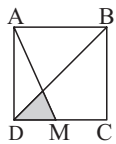
۵. در شکل مقابل نقاط M و N وسط دو ضلع هستند. مساحت بزرگ‌ترین مثلث، چند برابر مساحت مثلث سایه زده است؟



- (۱) 6 (۲) 8

- (۳) 9 (۴) 12

۶. در شکل روبه‌رو نقطه M وسط ضلع مربع است. مساحت ناحیه سایه‌زده شده چه کسری از مساحت مربع است؟



- (۱) $\frac{1}{16}$ (۲) $\frac{1}{12}$

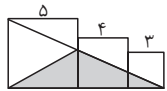
- (۳) $\frac{3}{16}$ (۴) $\frac{7}{24}$

۷. طول قاعده مثلثی دوبرابر طول ضلع یک مربع است و مثلث و مربع مساحت یکسان دارند. نسبت ارتفاع مثلث به ضلع مربع برابر

است با:

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) 1 (۴) 2

۸. در شکل روبه‌رو سه مربع به طول اضلاع 3 و 4 و 5 مفروض‌اند. مساحت ناحیه سایه‌زده شده کدام است؟



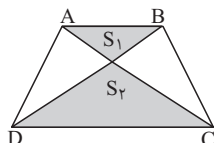
- (۱) 15 (۲) $17/5$

- (۳) $22/5$ (۴) 14

۹. نسبت دو ضلع قائمه مثلث قائم‌الزاویه‌ای 3 به 4 است. اگر مساحت مثلث 24 باشد، طول ارتفاع وارد بر وتر چقدر است؟

- (۱) $1/2$ (۲) $2/4$ (۳) $4/8$ (۴) 6

۱۰. در دوزنقه $DCBA$ ، محل تلاقی قطرهای آن O است. اگر $S_1 = 4$ و $S_2 = 9$ باشد، مساحت دوزنقه‌ی $ABCD$ کدام است؟



- (۱) 30 (۲) 24

- (۳) 27 (۴) 25