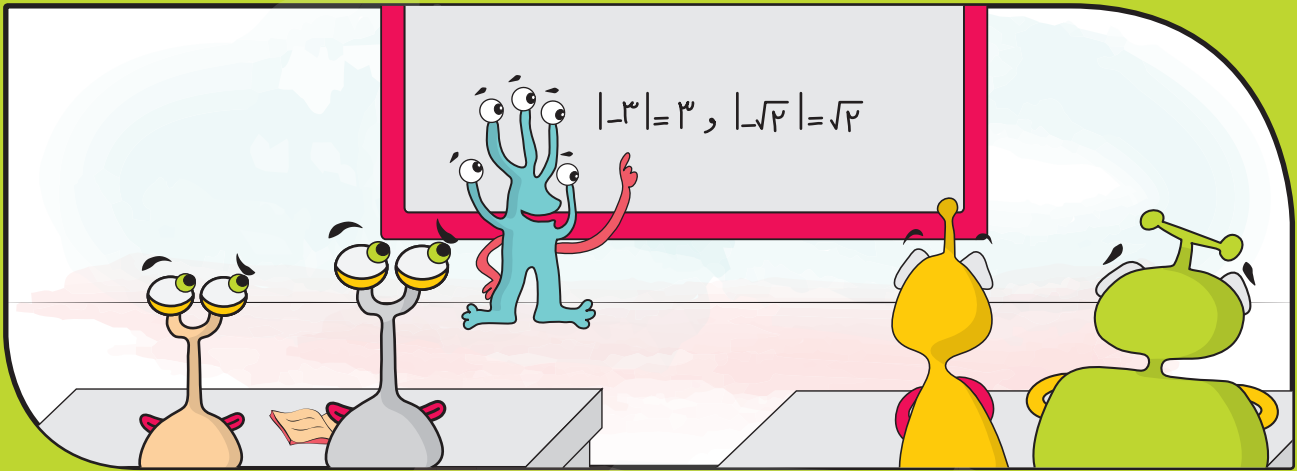
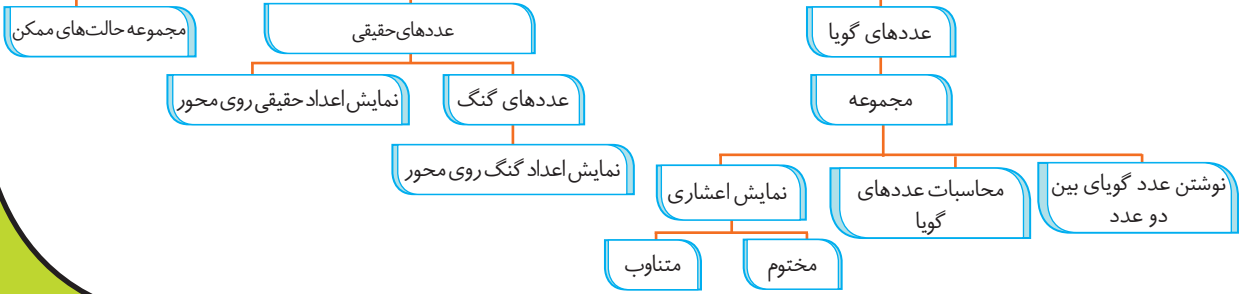


فصل ۲

عددهای حقیقی

عددهای حقیقی





درسنامه

عددهای گویا

سال گذشته آموختیم که بین دو عدد صحیح متوالی بی‌شمار کسر وجود دارد. آیا می‌توان گفت بین دو کسر (عدد گویا) هم بی‌شمار کسر وجود دارد؟

الف. با هم مخرج کردن، دو کسر بین $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{5}$ بنویسید.

$$\frac{1 \times 5}{2 \times 5} =$$

$$\frac{1 \times 2}{5 \times 2} =$$

ب. با استفاده از محور به سؤال قسمت (الف) پاسخ دهید.

پ. با توجه به این که میانگین هر دو عدد، بین آن دو عدد است، بین $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{5}$ سه عدد نام ببرید.

بین هر دو عدد گویا، بی‌شمار عدد گویا وجود دارد و نمی‌توان عددهای گویا را به ترتیب نام برد.

نمایش زیرمجموعه‌های عددهای گویا

هر یک از مجموعه‌های داده‌شده را به صورت‌های خواسته‌شده نمایش دهید.

مجموعه	نوشتن اعضا	زبان نمادین	محور
عددهای طبیعی کوچک‌تر یا مساوی ۲		$\{x \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 2\}$	
عددهای صحیح بین ۱ و ۳			
عددهای صحیح بزرگ‌تر از ۳			

آیا زیرمجموعه‌های عددهای گویا را می‌توان با نوشتن عضوهای آن مشخص کرد؟ چرا؟

انواع عددهای اعشاری

الف. به کمک ماشین حساب نمایش اعشاری و تقریبی کسرهای زیر را بنویسید.

$$\frac{1}{4} =$$

$$\frac{7}{20} =$$

$$\frac{3}{8} =$$

$$\frac{2}{3} =$$

$$\frac{1}{6} =$$

$$\frac{5}{7} =$$

ب. چه تفاوتی بین مقدارهای اعشاری کسرهای ردیف اول و ردیف دوم وجود دارد؟ آیا در همه این کسرها رقم‌های بعد از اعشار خاتمه پیدا می‌کنند؟

کسرهای گویا را می‌توان به صورت عدد اعشاری مفتوم یا متناوب نمایش داد.

در نمایش اعشاری مختوم، رقم‌های بعد از اعشار به انتها می‌رسند ولی در اعشاری متناوب، یک یا چند رقم به طور متناوب تکرار می‌شود.

$$\frac{3}{4} = 0.75 \text{ مختوم}$$

$$\frac{2}{11} = 0.181818... = 0.1\bar{8} \text{ متناوب}$$

$$\frac{5}{6} = 0.8333... = 0.8\bar{3} \text{ متناوب}$$

نمایش اعشاری کسرهای زیر متناوب است یا مختوم؟

الف) $\frac{2}{5}$

ب) $\frac{1}{7}$

کسرهایی که پس از ساده شدن، در مخرج آن‌ها شماره‌های اول ۲ یا ۵ یا هر دو وجود داشته باشد، نمایش اعشاری مفتوم دارند.



تعرین



۱ کدام یک از عبارتهای زیر درست و کدام یک نادرست است؟ (دلیل نادرستی را توضیح دهید).

الف. مجموعه عددهای گویا به صورت $\{\frac{a}{b} | a, b \in \mathbb{Z}\}$ است.

ب. بین $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{3}$ عددی وجود ندارد.

پ. بین هر دو عدد صحیح بی‌شمار عدد صحیح وجود دارد.

ت. مجموعه $\{x | x \in \mathbb{N}, -1 \leq x \leq 4\}$ چهارعضوی است.

۲ عضوهای هر یک از مجموعه‌های زیر را مشخص کنید و روی محور نمایش دهید.

الف. $\{x | x \in \mathbb{Z}, x \geq 5\}$

ب. $\{x | x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x < 3\}$

پ. $\{x | x \in \mathbb{Z}, x \leq 7\}$

۳ در هر قسمت، سه عدد گویا بین عددهای داده‌شده بنویسید.

الف. $\frac{2}{5}$ و $\frac{5}{12}$

ب. $\frac{1}{6}$ و $\frac{1}{5}$

پ. $-\frac{1}{3}$ و $-\frac{1}{37}$

۴ کسرهایی زیر را به ترتیب از کوچک به بزرگ و از چپ به راست مرتب کنید.

الف. $\frac{7}{3}$ و $\frac{14}{9}$ و $\frac{9}{4}$ و $\frac{13}{5}$

ب. $\frac{505}{1000}$ و $\frac{73}{50}$ و $\frac{53}{50}$

پ. $\frac{48}{2}$ و $\frac{22}{5}$ و $\frac{1}{2}$ و $\frac{485}{485}$

۵ کدام یک از کسرهایی زیر متناوب و کدام یک مختوم است؟

الف. $\frac{5}{9}$ ب. $\frac{3}{11}$ پ. $\frac{1}{20}$ ت. $\frac{4}{21}$

۶ الف. نمایش اعشاری کسر $\frac{1}{7}$ را مشخص کنید.

ب. سی و پنجمین رقم بعد از اعشار چه عددی است؟

۷ الف. نمایش اعشاری کسرهایی زیر را بنویسید و نوع آن‌ها را مشخص کنید.

۱) $\frac{3}{20}$ ۲) $\frac{5}{8}$

ب. آیا می‌توان گفت کسرهایی که نمایش اعشاری مختوم دارند، مخرج آن‌ها شمارنده‌های اولی به جز ۲ یا ۵ ندارند؟

۸ در جاهای خالی علامت < یا = یا > قرار دهید.

الف. $\frac{5}{2} \bigcirc \frac{5}{2}$ ب. $\frac{3}{18} \bigcirc \frac{3}{18}$ پ. $\frac{758}{75} \bigcirc \frac{758}{75}$

ت. $\frac{6}{11} \bigcirc \frac{6}{11}$ ث. $\frac{36}{30} \bigcirc \frac{1}{23}$ ج. $\frac{8}{9} \bigcirc \frac{8}{9}$





۹ حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف) $7 - 4/2 \div 3 \times 2 =$

ب) $(\frac{4}{6} \div \frac{6}{7} \times \frac{9}{7}) \div (8 - 2\frac{1}{3}) =$

پ) $-2\frac{1}{3} + \frac{5}{6} - 1\frac{1}{4} =$

ت) $(13\frac{0}{9}) \times (-2\frac{143}{143}) =$

ث) $\frac{2 - \frac{1}{3}}{-1 - \frac{-1}{2 - \frac{1}{3}}} =$

ج) $1 \div \frac{-\frac{1}{8} + \frac{7}{12}}{2/2 \times (-2\frac{1}{2})} =$

۱۰ حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف) $1 + \frac{1}{1.} + \frac{2}{1.} + \frac{3}{1.} + \frac{4}{1.} + \dots + \frac{8}{1.} + \frac{9}{1.} =$

ب) $(1 - \frac{1}{2})(1 - \frac{1}{3})(1 - \frac{1}{4}) \dots (1 - \frac{1}{100}) =$

پ) $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{999 \times 1000} =$

ت) $\frac{1}{1 \times 5} + \frac{1}{5 \times 9} + \frac{1}{9 \times 13} + \dots + \frac{1}{401 \times 405} =$

ث) $(\frac{15}{9} - \frac{3}{9})(\frac{14}{9} - \frac{3}{9})(\frac{13}{9} - \frac{3}{9}) \dots (\frac{-243}{9} - \frac{3}{9}) =$

به سؤالات چهارگزینه‌ای زیر پاسخ دهید.

۱۱ کدام کسر بین $\frac{1}{7}$ و $\frac{2}{3}$ نمی‌باشد؟

$\frac{8}{21}$ (۴)

$\frac{15}{21}$ (۳)

$\frac{4}{21}$ (۲)

$\frac{5}{21}$ (۱)

۱۲ عضوهای مجموعه $\left\{ \frac{5}{(-1)^n} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$ کدام گزینه است؟

(۱) $\left\{ -5, \frac{5}{2}, \frac{-5}{3}, \dots \right\}$ (۲) $\left\{ 5, \frac{-5}{2}, \frac{5}{3}, \frac{-5}{4}, \dots \right\}$

(۳) $\{-5, 5\}$ (۴) $\{5, 1, 0, 15, 2, 0, \dots\}$

۱۳ حاصل عبارت $\frac{1 + \frac{3}{4} - \frac{1}{5}}{\frac{4}{8} - \frac{2}{4} - \frac{1}{10}} \div 5 \frac{1}{3}$ کدام گزینه است؟

(۱) $\frac{-16}{5}$ (۲) $\frac{+5}{16}$ (۳) $\frac{-5}{16}$ (۴) $\frac{16}{5}$

۱۴ عدد اعشاری مربوط به کدام گزینه، متناوب نمی‌باشد؟

(۱) $\frac{1}{40}$ (۲) $\frac{3}{7}$ (۳) $\frac{5}{3}$ (۴) $\frac{19}{6}$

۱۵ نمایش اعشاری کدام کسر متناهی است؟

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{1}{7}$ (۴) $\frac{1}{9}$

درسنامه

عددهای حقیقی

همان‌طور که مشاهده کردید هر عدد گویا را می‌توان به صورت یک عدد اعشاری مختوم یا متناوب نمایش داد.

آیا به نظر شما به غیر از عددهای گویا عددهای دیگری نیز وجود دارد؟

الف. مقدار تقریبی هر یک از عددهای زیر را با ماشین حساب تا ۷ رقم بعد از اعشار بنویسید.

$\sqrt{2} =$ $\sqrt{5} =$ $\sqrt{12} =$

ب. آیا تعداد رقم‌های اعشاری آن‌ها نامتناهی است؟ آیا دارای دوره تناوب هستند؟

عدد گنگ: به عددهایی که تعداد رقم‌های اعشار آن‌ها نامتناهی و دارای دوره تناوب نباشد، عدد گنگ یا اصم می‌گویند. مانند $\sqrt{2}$ ، $\sqrt{3}$ ،

$\sqrt{6}$ و ... مجموعه عددهای گنگ را با حرف \mathbb{Q}' یا \mathbb{Q}^c نام‌گذاری می‌کنیم.

آیا تمام عددهای رادیکالی گنگ هستند؟ یک عدد رادیکالی مثال بزنید که گویا باشد.

بزر عددهایی که مجزور کامل (مربع کامل) نیستند، گنگ هستند. مانند $\sqrt{2}$ ، $\sqrt{3}$ ، $\sqrt{1}$ ، $\sqrt{12/11}$ و ...

دور عددهایی که گنگ هستند خط بکشید.

$\sqrt{17}$ و $\frac{1}{\sqrt{3}}$ و $\sqrt{0/25}$ و $\sqrt{11}$ و $\sqrt{25}$

عددهای حقیقی: به اجتماع مجموعه عددهای گویا و گنگ، عددهای حقیقی می‌گوییم و با حرف \mathbb{R} نمایش می‌دهیم. $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}'$

$0 \in \mathbb{R}$ و $\sqrt{5} \in \mathbb{R}$ و $0 \in \mathbb{R}$ و $\frac{3}{5} \in \mathbb{R}$ و $-7 \in \mathbb{R}$



محور اعداد حقیقی: عددهای حقیقی را می‌توان روی یک محور نمایش داد و به این محور، محور اعداد حقیقی می‌گوییم. هر نقطه روی این محور نشان‌دهنده یک عدد گویا و یا یک عدد گنگ است.



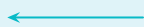
آیا رابطه $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{W} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$ درست است؟

نمایش زیر مجموعه‌های عددهای حقیقی: با استفاده از نمادهای ریاضی و محور می‌توان زیرمجموعه‌های عددهای حقیقی را نمایش داد.

$\{x \mid x \in \mathbb{R}, x \geq -1\}$: عددهای حقیقی بزرگ‌تر یا مساوی -1



$\{x \mid x \in \mathbb{R}, -3 < x < 2\}$: عددهای حقیقی بین 2 و -3



صورت دیگر مجموعه‌های زیر را بنویسید.

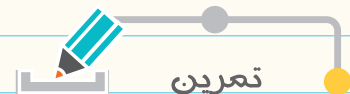
الف) $\{x \mid x \in \mathbb{R}, x \leq 2\}$



ب) $\{x \mid$



پ) $\{x \mid x \in \mathbb{R}, -1 < x \leq 5\}$



۱. کدام یک از جمله‌های زیر درست و کدام یک نادرست است؟

- الف. همه عددهای بین 2 و 3 گویا هستند.
- ب. هر عدد صحیح یک عدد حقیقی است.
- پ. هر عدد حقیقی که گویا نباشد، گنگ است.
- ت. هر عدد حقیقی یک عدد گنگ است.
- ث. $\sqrt{17}$ یک عدد گنگ است.
- ج. حاصل جمع دو عدد گنگ همیشه گنگ است.

۲. در مجموعه زیر دور عددهای گنگ خط بکشید.

$\{-1/75, \sqrt{2}, \frac{\sqrt{16}}{5}, 1/75, \sqrt{1/6}, 2\frac{1}{3}, \frac{1}{\sqrt{3}}\}$

۳. در جای خالی علامت \in یا \notin بگذارید.

الف. $-7 \in \mathbb{Z}$ ب. $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}'$ ج. $\sqrt{11} \in \mathbb{Q}'$ د. $0 \in \mathbb{N}$

ث. $\sqrt{11} \in \mathbb{R}$ ج. $\sqrt{0.7} \in \mathbb{Q}'$ د. $\frac{0}{7} \in \mathbb{R}$ ه. $0 \in \mathbb{R}$

۴. کدام یک از رابطه‌های زیر درست و کدام یک نادرست است؟

الف. $\mathbb{N} \cup \mathbb{Z} = \mathbb{Z}$ ب. $\mathbb{R} - \mathbb{Q} = \mathbb{Q}'$ ج. $\mathbb{N} \cup \mathbb{R} = \mathbb{N}$ د. $\mathbb{Q}' \cap \mathbb{Q} = \mathbb{R}$

۵ الف. بین $\sqrt{3}$ و $\sqrt{11}$ چهار عدد گنگ بنویسید.

ب. عددی بنویسید که حقیقی باشد ولی صحیح نباشد.

پ. به کمک $\sqrt{2}$ که عددی گنگ است، سه عدد گنگ دیگر بسازید.

۶ الف. عدد $5 + \sqrt{8}$ بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد؟

ب. عدد $\sqrt{2} - \sqrt{3}$ بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد؟

۷ هر یک از مجموعه‌های زیر را روی محور نمایش دهید.

الف) $\{x | x \in \mathbb{R}, x \leq -1\}$

ب) $\{x | x \in \mathbb{R}, -3 \leq x < 3\}$

پ) $\{x | x \in \mathbb{R}, -1 < x \leq \frac{3}{2}\}$

۸ الف. مجموعه $A = \{x | x \in \mathbb{R}, x \leq 3\}$ را روی محور نشان دهید.



ب. با توجه به قسمت (الف) درستی یا نادرستی رابطه‌های زیر را مشخص کنید.

$1/7 \in A$ (۱) $3 \notin A$ (۲) $0.97 \in A$ (۳) $\sqrt{11} \notin A$ (۴) $-0.7555... \in A$ (۵)

۹ آیا دو مجموعه زیر مساوی هستند؟ چرا؟

$A = \{x \in \mathbb{R} | -1 < x < 2\}$ و $B = \{x | x \in \mathbb{Q} | -1 < x < 2\}$

۱۰ مجموعه‌های نمایش داده شده روی محور را با نمادهای ریاضی نشان دهید.



۱۱ اگر $A = \{x \in \mathbb{R} | -1 < x\}$ و $B = \{x \in \mathbb{R} | x < 3\}$ باشند، مجموعه $A \cap B$ را مشخص کنید و روی محور نمایش دهید.

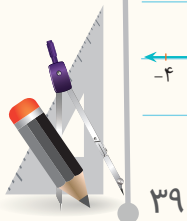
۱۲ هر یک از عددهای زیر را روی محور مشخص کنید.

الف) $\sqrt{5}$

ب) $-1 - \sqrt{2}$

پ) $3 - \sqrt{13}$

۱۳ مجموعه‌ای را که محور مقابل نمایش می‌دهد، به زبان ریاضی بنویسید.





۱۴ اگر $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 2\}$ و $B = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x \leq 2\}$ باشند، مجموعه‌های زیر را روی محور نمایش دهید و به زبان ریاضی بنویسید.

الف) $A \cap B$ ب) $A \cup B$ ج) $A - B$

به سؤالات چهارگزینه‌ای زیر پاسخ دهید.

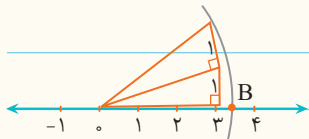
۱۵ کدام گزینه نادرست است؟

۱) $Q \cap Q' = \emptyset$ ۲) $\mathbb{R} - Q = Q'$ ۳) $Q \cap Z = Z$ ۴) $Q' - Q = \emptyset$

۱۶ کدام یک از عددهای زیر گنگ نمی‌باشد؟

۱) $\sqrt{27}$ ۲) $\sqrt{0.36}$ ۳) $1 - \sqrt{3}$ ۴) $0.252552555\dots$

۱۷ در شکل زیر، نقطه B نمایش کدام گزینه است؟



۱) $\sqrt{11}$ ۲) $\sqrt{10}$ ۳) $\sqrt{12}$ ۴) $1 + \sqrt{10}$

۱۸ عدد $3 - \sqrt{7}$ بین کدام دو عدد متوالی قرار دارد؟

۱) ۱ و ۰ ۲) ۱ و ۲ ۳) ۲ و ۳ ۴) ۰ و ۱

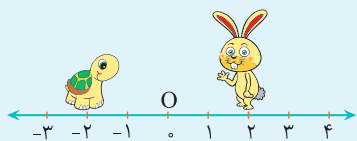
۱۹ مجموعه متناظر با شکل مقابل کدام گزینه است؟



۱) $\{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$ ۲) $\{-1, 0, 1, 2, 3\}$ ۳) $\{x \in \mathbb{Q} \mid -2 < x \leq 4\}$ ۴) $\{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x \leq 4\}$

درسنامه

قدر مطلق و محاسبه تقریبی



الف. در محور زیر خرگوش و لاک‌پشت روی چه نقطه‌هایی قرار دارند؟

ب. فاصله خرگوش از نقطه 0 چه قدر است؟

پ. فاصله لاک‌پشت از نقطه 0 چه قدر است؟

ت. خرگوش و لاک‌پشت می‌توانند روی چه نقطه‌هایی قرار گیرند تا فاصله آن‌ها از نقطه 0 برابر 1 شود؟

قدر مطلق: فاصله نقطه نظیر یک عدد حقیقی مانند a از مبدأ را قدر مطلق a می‌نامیم و با علامت |a| نمایش می‌دهیم. $|-1| = |1| = 1$

فاصله نقطه‌های $\frac{2}{5}$ و $-\frac{2}{5}$ تا مبدأ برابر $\frac{2}{5}$ است. $|\frac{2}{5}| = |-\frac{2}{5}| = \frac{2}{5}$

قدر مطلق هر عدد مثبت برابر خود آن عدد، قدر مطلق صفر، مساوی صفر و قدر مطلق هر عدد منفی، قرینه آن است.

$$|a| = \begin{cases} a & a > 0 \\ 0 & a = 0 \\ -a & a < 0 \end{cases}$$

به طور کلی اگر a یک عدد حقیقی باشد:

$$|0| = 0, \quad | +7 | = 7, \quad | -7 | = -(-7) = 7$$

حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف) $|-9| =$ ب) $|-5 + 11| =$ پ) $|-0/18 - 0/12| =$

ت) $-|-7| =$ ث) $|-2 - 5 \times 4| =$ ج) $|2 - 10 \div (-5)| =$

اگر مقدار عبارت داخل یک قدرمطلق تقریبی باشد، ابتدا باید علامت حاصل عبارت را تعیین کنیم و سپس با توجه به تعریف قدرمطلق، حاصل را بنویسیم.

$$\sqrt{3-\sqrt{5}} = 3-\sqrt{5}$$

$$\sqrt{1-\sqrt{5}} = -(1-\sqrt{5}) = -1+\sqrt{5}$$

حاصل تساوی‌های زیر را به دست آورید.

الف) $|-3+\sqrt{5}| =$

ب) $|1-\sqrt{10}| =$

پ) $-|2+\sqrt{11}| =$

ت) $|2\sqrt{5}-\sqrt{8}| =$

مریم و فاطمه عددهای مثبت و منفی را با نماد جبری نمایش داده‌اند. کدام یک پاسخ درست داده است؟

روش فاطمه

عددهای مثبت $= a > 0$

عددهای منفی $= a < 0$

روش مریم

عددهای مثبت $= +a$

عددهای منفی $= -a$

حال هر یک از عبارت‌های زیر را به صورت فارسی بیان کنید.

الف) $a > 0, b < 0 \Rightarrow ab < 0$

ب) $a > 0, b > 0 \Rightarrow ab > 0, a+b > 0$

الف. حاصل تساوی‌های زیر را به دست آورید.

$$\sqrt{5^2} =$$

$$\sqrt{(-5)^2} =$$

$$\sqrt{(-8)^2} =$$

$$\sqrt{(-11)^2} =$$

ب. آیا می‌توان گفت مقدار جذر یک عدد همیشه نامنفی است؟

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

بنابراین برای هر عدد حقیقی مانند a تساوی مقابل درست است. به عبارت دیگر حاصل جذر یک عدد، هرگز منفی نمی‌شود.

مانند نمونه حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$\sqrt{(2-\sqrt{5})^2} = \overbrace{|2-\sqrt{5}|}^{\text{منفی}} = -(2-\sqrt{5}) = -2+\sqrt{5}$$

$$\sqrt{(1-\sqrt{5})^2} = \overbrace{|1-\sqrt{5}|}^{\text{مثبت}} = 1-\sqrt{5}$$

$$\sqrt{(2-\sqrt{5})^2} - \sqrt{(\sqrt{5}-1)^2} =$$

$$\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} - 5 - |3-\sqrt{3}| =$$



تعرین



۱ کدام یک از جمله‌های زیر درست و کدام یک نادرست است؟

الف. اگر $|x| = 3$ باشد، آن‌گاه $x = 3$ یا $x = -3$ است.

ب. قدرمطلق مجموع دو عدد مساوی با مجموع قدرمطلق آن دو عدد است.

پ. برای هر دو عدد حقیقی a و b داریم: $|a \times b| = |a| \times |b|$

ت. $\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} = \sqrt{3}-2$

۲ در جای خالی علامت $>$ یا $=$ یا $<$ قرار دهید.

الف) $|-9| \bigcirc |-9|$ ب) $|a+b| \bigcirc |a|+|b|$ ($a, b > 0$) پ) $\sqrt{a^2} \bigcirc |a|$

ت) $|-1-\sqrt{3}| \bigcirc -1+\sqrt{3}$ ث) $|a-b| \bigcirc |b-a|$ ج) $|\sqrt{2}-\sqrt{3}| \bigcirc \pi$

۳ حاصل هر یک از عبارتهای زیر را به دست آورید.

الف) $|\sqrt{7}| =$ ب) $|1-3 \times 5| =$

پ) $-|-9| =$ ت) $|\frac{5}{-2}| \times (-2) =$

ث) $|-3+3 \times (2-7)| =$ ج) $|2-\sqrt{8}| =$

ج) $|-2\sqrt{3} + \sqrt{17}| =$

۴ هر یک از عبارتهای زیر را به زبان ریاضی بیان کنید.

الف. حاصل ضرب دو عدد نامنفی، بزرگ‌تر یا مساوی صفر است.

ب. مجموع دو عدد منفی، عددی منفی است.

پ. اگر دو عدد مثبت باشند، قدرمطلق مجموع آن دو عدد برابر است با مجموع قدرمطلق آن‌ها.

۵ اگر $a = -3$ و $b = 4$ باشد، مقدار عددی هر یک از عبارتهای زیر را به دست آورید.

الف) $3|a| + |b-a| =$

ب) $\frac{|a-b| - |b|}{2|a|} =$

۶ اگر $x > 3$ باشد، حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$|x+3| + |3-x| =$

۷ آیا رابطه $\frac{|a|}{-3} \leq 0$ برای هر عدد حقیقی a درست است؟ چرا؟

۸ حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید.

الف) $|3^2 - 2^3| =$ ب) $|\frac{1}{1^2} - \frac{1}{1^3}| =$

پ) $|2^3 - 5^0 \times 2^4| =$ ت) $\sqrt{(1-\sqrt{7})^2} =$

ث) $\sqrt{(1-\sqrt{3})^2} + \sqrt{(4-\sqrt{3})^2} =$ ج) $||4 - |-5 - \pi|| =$

ج) $|4 + \sqrt{3}| - |4 - \sqrt{3}| + |3 - 2\sqrt{3}| =$ د) $\sqrt{(1-\sqrt{5})^2} + \sqrt{(\sqrt{5}-1)^2} =$

۹ اگر $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -1 \leq x < 4\}$ ، $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid 0 < x \leq 3\}$ و $C = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| = 2\}$ باشد، حاصل تساوی‌های زیر را بنویسید.

- الف) $A \cup B =$ ب) $B \cap C =$
 پ) $(B - A) \cup C =$ ت) $C - (A \cap B) =$

۱۰ اگر مجموعه‌های $A = \{-5, 1\}$ و $B = \{|x|, a\}$ با هم مساوی باشند، حاصل $-2|x| + a$ را به دست آورید.

۱۱ اگر a یک عدد حقیقی و $b < 0$ باشد، حاصل عبارت $|a| + |b|$ را بنویسید. (درباره حالت‌های مختلف بحث کنید).

۱۲ طرفین هر یک از تساوی‌های زیر را به دست آورید. آیا تساوی‌ها برقرار هستند؟

الف) $4 - 10 + \frac{25}{4} = \left(2 - \frac{5}{2}\right)^2$

ب) $9 - 15 + \frac{25}{4} = \left(3 - \frac{5}{2}\right)^2$

دانش‌آموزی به شکل زیر ثابت کرد که $2 = 3$ است. کدام مرحله از اثبات او نقص دارد؟

$$-6 = -6 \Rightarrow \overbrace{4-10}^{-6} = \overbrace{9-15}^{-6} \xrightarrow{\text{جمع طرفین با } \frac{25}{4}} 4-10+\frac{25}{4} = 9-15+\frac{25}{4} \xrightarrow[\text{ب}]{\text{الف}} \left(2-\frac{5}{2}\right)^2 = \left(3-\frac{5}{2}\right)^2 \xrightarrow{\text{جذر}} 2-\frac{5}{2} = 3-\frac{5}{2} \xrightarrow{\text{جمع طرفین با } \frac{5}{2}} 2 = 3$$

به سوالات چهارگزینه‌ای زیر پاسخ دهید.

۱۳ اگر $x > 0$ و $y < 0$ باشند، حاصل عبارت $|x-y| + |x|$ کدام گزینه است؟

- (۱) x (۲) y (۳) $x+y$ (۴) $2x-y$

۱۴ اگر $a = \frac{1}{2}$ ، $b = \sqrt{5}$ و $c = -4$ باشند، حاصل عبارت $|-a+b-c|$ کدام گزینه است؟

- (۱) $\frac{9}{2} - \sqrt{5}$ (۲) $\frac{7}{2} - \sqrt{5}$ (۳) $\frac{9}{2} + \sqrt{5}$ (۴) $\frac{7}{2} + \sqrt{5}$

۱۵ حاصل عبارت $\sqrt{(2-\sqrt{7})^2} + |-14|$ کدام گزینه است؟

- (۱) $12 + \sqrt{7}$ (۲) $12 - \sqrt{7}$ (۳) $\sqrt{7} - 12$ (۴) $14 + \sqrt{7}$

۱۶ اگر $x \geq 2$ باشد، حاصل $|-x| - |2-x|$ کدام گزینه است؟

- (۱) $2x+2$ (۲) $2-2x$ (۳) $2x-2$ (۴) 2

۱۷ چند عدد صحیح در نامساوی $|x| \leq 2$ صدق می‌کند؟

- (۱) 0 (۲) 2 (۳) 4 (۴) 5





ردیف

سؤالات

بارم

۱

عبارت درست را با ✓ و نادرست را با ✗ مشخص کنید.

الف. نمایش عددهای صحیح بین ۲ و ۳- به زبان نمادین به صورت $\{x \mid x \in \mathbb{Z}, -3 < x < 2\}$ است.ب. نمایش اعشاری کسر $\frac{1}{3}$ مختوم است.

پ. عددهایی را که تعداد رقم‌های اعشاری آن‌ها نامتناهی و دارای دوره تناوب نباشند، گنگ یا اصم می‌نامند.

ت. جذر عددهایی که مربع کامل نیستند، گویا است.

ث. هر عدد حقیقی یک عدد گویا است.



۱/۲۵

۲

جاهای خالی را با عبارت‌های مناسب پر کنید.

الف. بین هر دو عدد گویا، _____ عدد گویا وجود دارد.

ب. نمایش اعشاری کسر $\frac{7}{9}$ به صورت _____ نوشته می‌شود.

پ. مجموعه عددهای گویا را با _____ و مجموعه عددهای گنگ را با _____ و اجتماع آن‌ها را با _____ نمایش می‌دهند.

ت. حاصل جمع دو عدد گنگ، ممکن است عدد گنگ نشود، مانند _____ و _____ که حاصل جمع آن‌ها _____ می‌شود.

ث. حاصل عبارت $|-5 \times 7 - 0|$ با _____ برابر است.

۲/۲۵

۳

گزینه درست را انتخاب کنید.

الف. مجموعه $\mathbb{Z} \cap \mathbb{R}$ متناظر با کدام مجموعه است؟

<input type="checkbox"/> (۱) \mathbb{Z}	<input type="checkbox"/> (۲) \mathbb{R}	<input type="checkbox"/> (۳) \mathbb{N}	<input type="checkbox"/> (۴) \emptyset
---	---	---	--

ب. کدام یک از گزینه‌های زیر گویا نیست؟

<input type="checkbox"/> (۱) $\sqrt{3} + 1 - \sqrt{3}$	<input type="checkbox"/> (۲) $\sqrt{2} \times \sqrt{8}$
--	---

<input type="checkbox"/> (۳) $\sqrt{5+11}$	<input type="checkbox"/> (۴) $\sqrt{25-15}$
--	---

پ. عدد $\sqrt{3} - 2$ بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد؟

<input type="checkbox"/> (۱) ۳ و ۲	<input type="checkbox"/> (۲) ۱ و ۰	<input type="checkbox"/> (۳) ۰ و -۱	<input type="checkbox"/> (۴) -۱ و -۲
------------------------------------	------------------------------------	-------------------------------------	--------------------------------------

ت. اگر عدد a نامثبت و عدد b منفی باشد، کدام گزینه درست است؟

<input type="checkbox"/> (۱) $ a+b = a+b$	<input type="checkbox"/> (۲) $ a+b = -(a+b)$
--	---

<input type="checkbox"/> (۳) $ ab = -ab$	<input type="checkbox"/> (۴) $ \frac{a}{b} = -\frac{a}{b}$
---	---

ث. عبارت $\sqrt{(1-\sqrt{5})^2}$ با کدام گزینه برابر است؟

<input type="checkbox"/> (۱) $1 + \sqrt{5}$	<input type="checkbox"/> (۲) $1 - \sqrt{5}$	<input type="checkbox"/> (۳) $\sqrt{5} - 1$	<input type="checkbox"/> (۴) $-\sqrt{5} - 1$
---	---	---	--

۲/۵

۴ مجموعه‌های زیر را با نوشتن عضوهایشان مشخص کنید.

الف) $A = \{\frac{1}{x} \mid x \in \mathbb{N}, x < 6\}$

ب) $C = \{\sqrt{x} \mid x \in \mathbb{W}, x < 5\}$

پ) $D = \{\frac{x^2}{x+3} \mid x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x \leq 2\}$

۱/۵

۵ مجموعه‌های زیر را به زبان نمادین بنویسید.

الف) $\{\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots\}$

ب) $\{1, 2, 5, 10\}$

۱

۶ سه کسر بین $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{5}$ پیدا کنید.

۰/۷۵

۷ عددهای گویای زیر را به ترتیب از کوچک به بزرگ و از چپ به راست بنویسید.

$-\frac{2}{5}$ و -2 و $\frac{1}{4}$ و $\frac{4}{9}$ و $-\frac{1}{3}$ و $\frac{5}{17}$

۱

۸ حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید.

الف) $\frac{-9 - (-5 - 7) - 2}{7 - [-(-19 + 2)] - 10}$

ب) $\frac{2 + \frac{2}{5}}{-2 - \frac{3}{4}} \times \frac{\frac{5}{6} - \frac{3}{8}}{\frac{1}{2} + \frac{3}{4}} =$

۲

۹ داخل \circ علامت \in یا \notin قرار دهید.

$\frac{5}{\circ} \in \mathbb{R}$. ب

$0.285714285714\dots \in \mathbb{Q}$. ب

$\sqrt{3/5} \in \mathbb{Q}'$. الف

$-\frac{4}{3} \in \mathbb{Z}$. ث

$\sqrt{49} \in \mathbb{Q}'$. ث

۱/۲۵





بارم

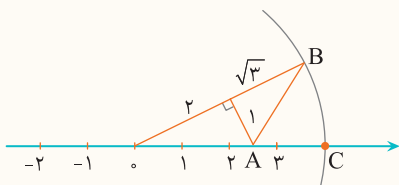
سؤالات

ردیف

۱۰ عدد $-2 + \sqrt{2}$ را روی محور مشخص کنید.

۰/۷۵

۱۱ در شکل زیر، به مرکز A و شعاع AB کمانی زده‌ایم. نقطه C چه عددی را نشان می‌دهد؟



۱/۲۵

۱۲ الف. مجموعه زیر را روی محور نشان دهید.

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x < 3\}$$



ب. مجموعه نمایش داده شده A روی محور را با علائم ریاضی بنویسید.



۱/۵

۱۳ بین دو عدد ۴ و -۱ چهار عدد گنگ بنویسید.

۱

۱۴ حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف) $\sqrt{(2 - \sqrt{7})^2} =$

ب) $|2\sqrt{6} - 3\sqrt{2}| =$

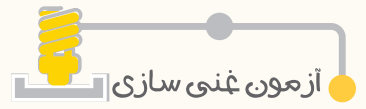
۱

۱۵ اگر $a = 0/2$ ، $b = 3$ و $c = 2/7$ باشند، حاصل $|a^b - a| + c$ را به دست آورید.

۱

۲۰

جمع کل



آزمون غنی سازی

۱ به ازای چند مقدار صحیح n ، $\frac{6}{n+1}$ نیز عددی صحیح است؟

- ۴ (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۷ (۴)

$$\frac{-3}{5 \times 2} + \frac{-3}{2 \times (-1)} + \frac{-3}{(-1) \times (-4)} + \dots + \frac{-3}{(-52) \times (-55)} = ?$$

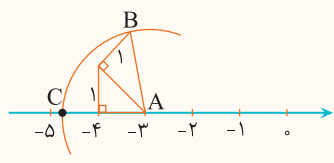
۲ حاصل عبارت روبه‌رو، در کدام گزینه آمده است؟

- $\frac{12}{55}$ (۱) $\frac{-12}{55}$ (۲) $\frac{18}{50}$ (۳) $\frac{-18}{50}$ (۴)

۳ کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

- (۱) $(Q' - N) \cup Q = R$
 (۲) $(R - Q) \cup (R - Q') = R$
 (۳) $(R - N) \cup (R - W) = Q' \cup (Q - N)$
 (۴) $(Q - Q') \cup (R - Q') = R$

۴ در شکل زیر، به مرکز A و شعاع AB کمانی زده‌ایم. نقطه C چه عددی را نشان می‌دهد؟



- (۱) $-3 - \sqrt{3}$
 (۲) $-2 + \sqrt{3}$
 (۳) $-3 + \sqrt{3}$
 (۴) $-2 - \sqrt{3}$

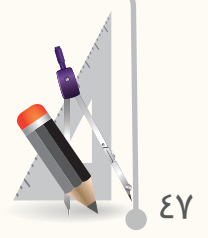
$-\frac{4}{5}, \frac{525}{1000}, -\frac{1}{2}, \frac{5}{45}$

۵ با توجه به عددهای مقابل، کدام گزینه درست است؟

- (۱) $-\frac{1}{2} < -\frac{4}{5} < \frac{5}{45} < \frac{525}{1000}$
 (۲) $-\frac{4}{5} < -\frac{1}{2} < \frac{5}{45} < \frac{525}{1000}$
 (۳) $\frac{5}{45} < \frac{525}{1000} < -\frac{1}{2} < -\frac{4}{5}$
 (۴) $-\frac{4}{5} < -\frac{1}{2} < \frac{5}{45} < \frac{525}{1000}$

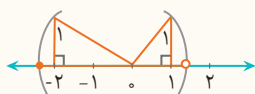
۶ کسر مولد اعشاری متناوب مرکب $0.\overline{23}$ کدام گزینه است؟

- $\frac{23}{99}$ (۱) $\frac{23}{90}$ (۳)
 $\frac{21}{90}$ (۴) $\frac{21}{99}$ (۲)





۷ کدام یک از مجموعه‌های زیر با مجموعه نقاط روی شکل زیر متناظر است؟



(۱) $\{x \mid x \in \mathbb{R}, -\sqrt{5} \leq x < 1/5\}$

(۲) $\{x \mid x \in \mathbb{R}, -\sqrt{5} \leq x < \sqrt{2}\}$

(۳) $\{x \mid x \in \mathbb{R}, -\sqrt{5} < x \leq \sqrt{2}\}$

(۴) $\{x \mid x \in \mathbb{R}, -3 \leq x < \sqrt{2}\}$

۸ کدام گزینه می‌تواند نمایش چهار عدد گنگ بین عددهای ۷ و ۸ باشد؟

(۱) $\sqrt{7}, \sqrt{7/1}, \sqrt{7/2}, \sqrt{7/3}$

(۲) $(\sqrt{7}+1), (\sqrt{7}-1), (\sqrt{7}+2), (\sqrt{7}-2)$

(۳) $\sqrt{55}, \sqrt{56}, \sqrt{57}, \sqrt{58}$

(۴) $\sqrt{45}, \sqrt{46}, \sqrt{47}, \sqrt{48}$

۹ حاصل عبارت $\sqrt{(5-\sqrt{5})^2} + \sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{5})^2} + \sqrt{4(1-\sqrt{3})^2}$ کدام گزینه است؟

(۲) $7+3\sqrt{3}$

(۱) $7-3\sqrt{3}$

(۴) $5-\sqrt{3}$

(۳) $5+\sqrt{3}$

$3|b-a| - 2|b| + |b+a| =$

۱۰ اگر $a < b < 0$ باشد، ساده‌شده عبارت روبه‌رو کدام گزینه است؟

(۲) $3b-3a$

(۱) $a-b$

(۴) $4a-4b$

(۳) $2b-2a$

۱	۲	۳	۴
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵	۶	۷	۸
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

۱	۲	۳	۴
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵	۶	۷	۸
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

۱	۲	۳	۴
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵	۶	۷	۸
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

۱	۲	۳	۴
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵	۶	۷	۸
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

۱	۲	۳	۴
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵	۶	۷	۸
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>