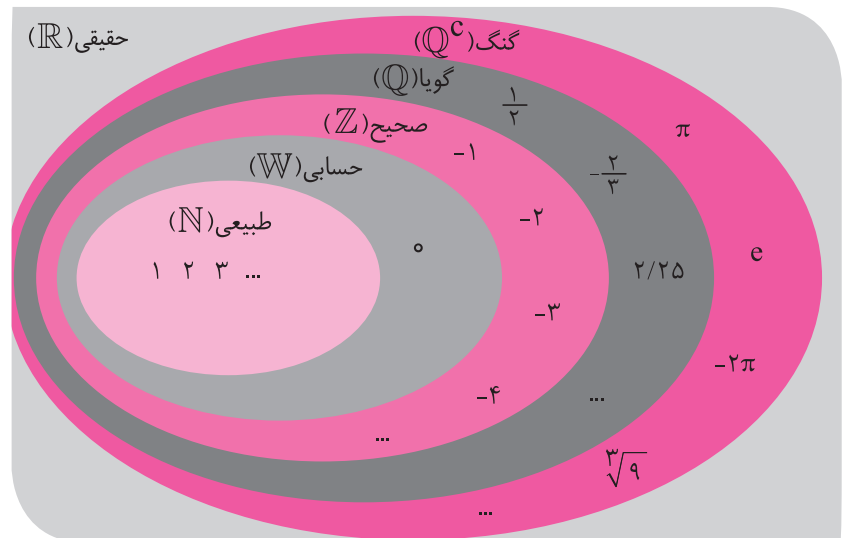


عددهای حقیقی



در پایان این فصل دانش آموز باید:

- ◀ با روش‌های مختلف، عددهای گویای بین دو عدد را مشخص کند.
- ◀ زیرمجموعه‌های عددهای گویا را با استفاده از محور، نوشتن اعضا و نمادهای ریاضی نمایش دهد.
- ◀ مختوم یا متناوب بودن عدد گویا را تشخیص دهد.
- ◀ عددهای گنگ و حقیقی را شناسایی کند.
- ◀ زیرمجموعه‌های عددهای حقیقی را با نمادهای ریاضی و محور نمایش دهد.
- ◀ مفهوم قدرمطلق را بداند و قدرمطلق یک عبارت را به دست آورد.



درس اول: عددهای گویا

در سال گذشته آموختیم که بین دو عدد صحیح متوالی بی‌شمار کسر وجود دارد. آیا می‌توان گفت بین دو کسر (عدد گویا) هم بی‌شمار کسر وجود دارد؟

الف. با هم‌مخرج کردن، دو کسر بین $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{5}$ بنویسید.

$$\frac{1 \times 5}{2 \times 5} =$$

$$\frac{1 \times 2}{5 \times 2} =$$

ب. با استفاده از محور به سوال قسمت (الف) پاسخ دهید.

پ. با توجه به این که میانگین هر دو عدد، بین آن دو عدد است، بین $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{5}$ سه عدد نام ببرید.

بین هر دو عدد گویا، بی‌شمار عدد گویا وجود دارد و نمی‌توان عددهای گویا را به ترتیب نام برد.



نمایش زیر مجموعه‌های عددهای گویا

هر یک از مجموعه‌های داده‌شده را به صورت‌های خواسته‌شده نمایش دهید.

محور	زبان نمادین	نوشتن اعضا	مجموعه
	$\{x \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 2\}$		عددهای طبیعی کوچک‌تر یا مساوی ۲
			عددهای صحیح بین ۳ و -۱
			عددهای صحیح بزرگ‌تر از ۳

سؤال: آیا زیرمجموعه‌های عددهای گویا را می‌توان با نوشتن عضوهای آن مشخص کرد؟ چرا؟

انواع عددهای اعشاری

الف. به کمک ماشین حساب نمایش اعشاری و تقریبی کسرهای زیر را بنویسید.

$$\frac{1}{4} =$$

$$\frac{7}{20} =$$

$$\frac{3}{8} =$$

$$\frac{2}{3} \approx$$

$$\frac{1}{6} \approx$$

$$\frac{5}{7} \approx$$

ب. چه تفاوتی بین مقدارهای اعشاری کسرهای ردیف اول و ردیف دوم وجود دارد؟ آیا در همهٔ این کسرها رقم‌های بعد از اعشار خاتمه پیدا می‌کنند؟



کسرهای گویا را می‌توان به صورت عدد اعشاری مقنوم یا متناوب نمایش داد.



در نمایش اعشاری مختوم رقم‌های بعد از اعشار به انتها می‌رسند ولی در اعشاری متناوب یک یا چند رقم به طور متناوب تکرار می‌شود.



$$\frac{3}{4} = 0.75 \text{ مختوم}$$

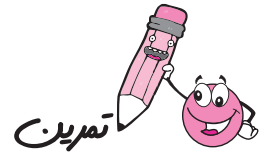
$$\frac{2}{11} = 0.181818... = 0.\overline{18} \text{ متناوب}$$

$$\frac{5}{6} = 0.8333... = 0.8\overline{3}$$

سؤال: نمایش اعشاری کسرهای زیر متناوب است یا مختوم؟

الف) $\frac{2}{5}$

ب) $\frac{1}{7}$



۱. کدام یک از عبارتهای زیر درست و کدام یک نادرست است؟

الف. مجموعه عددهای گویا به صورت $\{\frac{a}{b} | a, b \in \mathbb{Z}\}$ است.

ب. بین $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{2}$ عددی وجود ندارد.

پ. بین هر دو عدد صحیح بی‌شمار عدد صحیح وجود دارد.

ت. مجموعه $\{x | x \in \mathbb{N}, -1 \leq x \leq 4\}$ چهارعضوی است.

۲. عضوهای هر یک از مجموعه‌های زیر را مشخص کنید و روی محور نمایش دهید.

الف. $\{x | x \in \mathbb{Z}, x \geq 5\}$

ب. $\{x | x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x < 3\}$

پ. $\{x | x \in \mathbb{Z}, x \leq 7\}$

۳. در هر قسمت سه عدد گویا بین عددهای داده‌شده بنویسید.

الف. $\frac{2}{5}$ و $\frac{5}{12}$

ب. $\frac{1}{6}$ و $\frac{1}{5}$

پ. $-\frac{1}{3}$ و $-\frac{1}{37}$



۴. کسرهای زیر را به ترتیب از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

الف. $\frac{13}{5}$ و $-\frac{9}{4}$ و $1\frac{4}{9}$ و $\frac{7}{3}$

ب. $0/53$ و $\frac{73}{50}$ و $\frac{505}{1000}$

پ. $0/48$ و $-\frac{22}{5}$ و $-\frac{1}{2}$ و $0/485$

۵. کدام یک از کسرهای زیر متناوب و کدام یک مختوم است؟

الف. $\frac{5}{9}$ ب. $\frac{3}{11}$ پ. $\frac{1}{20}$ ت. $\frac{4}{21}$

۶. الف. نمایش اعشاری کسر $\frac{1}{7}$ را مشخص کنید.

.....

.....

.....

ب. سی و پنجمین رقم بعد از اعشار چه عددی است؟

.....

.....

.....

۷. الف. نمایش اعشاری کسرهای زیر را بنویسید و نوع آن‌ها را مشخص کنید.

الف) $\frac{3}{20}$

ب) $\frac{5}{8}$

ب. آیا می‌توان گفت کسرهایی که نمایش اعشاری مختوم دارند، مخرج آن‌ها شماره‌های اولی به جز ۲ یا ۵ ندارند؟

۸. در جاهای خالی علامت $>$ یا $=$ یا $<$ قرار دهید.

الف. $5/2 \bigcirc 5/2$ ب. $3/18 \bigcirc 3/18$ پ. $0/75 \bigcirc 0/758$

ت. $0/76 \bigcirc \frac{6}{11}$ ث. $1/23 \bigcirc \frac{36}{30}$ ج. $0/8 \bigcirc \frac{8}{9}$



۹. حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف) $7 - 4/2 \div 3 \times 2 =$

ب) $(\frac{4}{6} \div \frac{6}{7} \times \frac{9}{7}) \div (8 - 2\frac{1}{3}) =$

پ) $-2\frac{1}{3} + \frac{5}{6} - 1\frac{1}{4} =$

ت) $(13\frac{0}{9}) \times (-2\frac{143}{143}) =$

ث) $\frac{2 - \frac{1}{3}}{-1 - \frac{-1}{2 - \frac{1}{3}}} =$

ج) $1 \div \frac{-\frac{1}{8} + \frac{7}{12}}{2/2 \times (-2\frac{1}{2})} =$

۱۰. حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف) $(1 - \frac{1}{2})(1 - \frac{1}{3})(1 - \frac{1}{4}) \dots (1 - \frac{1}{100}) =$

.....

ب) $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{999 \times 1000} =$

.....

پ) $\frac{1}{1 \times 5} + \frac{1}{5 \times 9} + \frac{1}{9 \times 13} + \dots + \frac{1}{401 \times 405} =$

.....

ت) $(\frac{15}{9} - \frac{3}{9})(\frac{14}{9} - \frac{3}{9})(\frac{13}{9} - \frac{3}{9}) \dots (\frac{-243}{9} - \frac{3}{9}) =$

.....



درس دوم: عددهای حقیقی

همان طور که مشاهده کردید هر عدد گویا را می توان به صورت یک عدد اعشاری مختوم یا متناوب نمایش داد.

سؤال: آیا به نظر شما به غیر از عددهای گویا عددهای دیگری نیز وجود دارد؟

فعالیت

الف. مقدار تقریبی هر یک از عددهای زیر را با ماشین حساب تا ۷ رقم بعد از اعشار بنویسید.

$$\sqrt{2} = \quad \sqrt{5} = \quad \sqrt{12} =$$

ب. آیا تعداد رقم های اعشاری آن ها نامتناهی است؟ آیا دارای دوره تناوب هستند؟

عدد گنگ: به عددهایی که تعداد رقم های اعشار آن ها نامتناهی و دارای دوره تناوب نباشد، عدد گنگ یا اصم می گویند. مانند $\sqrt{2}$ ، $\sqrt{3}$ ، $\sqrt{6}$ و ... مجموعه عددهای گنگ را با حرف \mathbb{Q}' نام گذاری می کنیم.

سؤال: آیا تمام عددهای رادیکالی گنگ هستند؟ یک عدد رادیکالی مثال بزنید که گویا باشد؟

بزر عددهایی که میزور کمال (مربع کمال) نیست گنگ هستند. مانند $\sqrt{2}$ ، $\sqrt{3}$ ، $\sqrt{11}$ و ...

فعالیت

دور عددهایی که گنگ هستند خط بکشید.

$$\sqrt{17} \text{ و } \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ و } \sqrt{0/25} \text{ و } \sqrt{11} \text{ و } \sqrt{25}$$

عددهای حقیقی: به اجتماع مجموعه عددهای گویا و گنگ عددهای حقیقی می گوئیم و با حرف \mathbb{R} نمایش می دهیم.

$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}'$$

$$-7 \in \mathbb{R} \text{ و } \frac{3}{5} \in \mathbb{R} \text{ و } 0 \in \mathbb{R} \text{ و } \sqrt{5} \in \mathbb{R} \text{ و } 0/18 \in \mathbb{R}$$

محور اعداد حقیقی: عددهای حقیقی را می توان روی یک محور نمایش داد و به این محور، محور اعداد حقیقی می گوئیم. هر نقطه روی این محور نشان دهنده یک عدد گویا و یا یک عدد گنگ است.

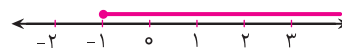


سؤال: آیا رابطه $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{W} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$ درست است؟

نمایش زیر مجموعه های عددهای حقیقی:

با استفاده از نمادهای ریاضی و محور می توان زیر مجموعه های عددهای حقیقی را نمایش داد.

$\{x \mid x \in \mathbb{R}, x \geq -1\}$: عددهای حقیقی بزرگ تر یا مساوی -۱



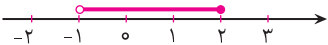
$\{x \mid x \in \mathbb{R}, -3 < x < 2\}$: عددهای حقیقی بین ۲ و -۳



الف) $\{x \mid x \in \mathbb{R}, x \leq 2\}$



ب) $\{x \mid$

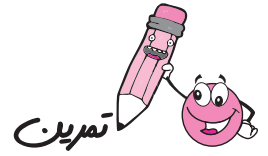


پ) $\{x \mid x \in \mathbb{R}, -1 < x \leq 5\}$



فعالیت

صورت دیگر مجموعه های زیر را بنویسید.



۱. کدام یک از جمله‌های زیر درست و کدام یک نادرست است؟

الف. همهٔ عددهای بین ۲ و ۳ گویا هستند.

ب. هر عدد صحیح یک عدد حقیقی است.

پ. هر عدد حقیقی که گویا نباشد، گنگ است.

ت. هر عدد حقیقی یک عدد گنگ است.

ث. $\sqrt{17}$ یک عدد گنگ است.

ج. حاصل جمع دو عدد گنگ همیشه گنگ است.

۲. در مجموعهٔ زیر دور عددهای گنگ خط بکشید.

$$\left\{ -\frac{1}{75}, \sqrt{20}, \frac{\sqrt{16}}{5}, \frac{1}{\sqrt{6}}, \sqrt{1/75}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{3} \right\}$$

۳. در جای خالی علامت \in یا \notin بگذارید.

الف. $-7 \in \mathbb{Z}$	ب. $\sqrt{11} \in \mathbb{Q}'$	ب. $\sqrt{5} \in \mathbb{Q}'$	ت. $0 \in \mathbb{N}$
ث. $\sqrt{11} \in \mathbb{R}$	ج. $\frac{0}{7} \in \mathbb{R}$	ج. $\sqrt{5/57} \in \mathbb{Q}'$	ح. $0/97 \in \mathbb{R}$

۴. کدام یک از رابطه‌های زیر درست و کدام یک نادرست است؟

الف. $\mathbb{N} \cup \mathbb{Z} = \mathbb{Z}$	ب. $\mathbb{R} - \mathbb{Q} = \mathbb{Q}'$	پ. $\mathbb{N} \cup \mathbb{R} = \mathbb{N}$	ت. $\mathbb{Q}' \cap \mathbb{Q} = \mathbb{R}$
--	--	--	---

۵. الف. بین $\sqrt{3}$ و $\sqrt{11}$ چهار عدد گنگ بنویسید.

ب. عددی بنویسید که حقیقی باشد ولی صحیح نباشد.

پ. به کمک $\sqrt{2}$ که عددی گنگ است، سه عدد گنگ دیگر بسازید.

۶. الف. عدد $5 + \sqrt{8}$ بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد؟

ب. عدد $\sqrt{2} - \sqrt{3}$ بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد؟

۷. هر یک از مجموعه‌های زیر را روی محور نمایش دهید.

الف) $\{x \mid x \in \mathbb{R}, x \leq -1\}$

ب) $\{x \mid x \in \mathbb{R}, -3 \leq x < 3\}$

پ) $\{x \mid x \in \mathbb{R}, -1 < x \leq \frac{3}{2}\}$



۸. الف. مجموعه $A = \{x \mid x \in \mathbb{R}, x \leq 3\}$ را روی محور نشان دهید.



ب. با توجه به قسمت (الف) درستی یا نادرستی رابطه‌های زیر را مشخص کنید.

- (۵) $-\frac{5}{7} \in A$ (۴) $\sqrt{11} \notin A$ (۳) $\frac{5}{9} \in A$ (۲) $3 \notin A$ (۱) $\frac{1}{7} \in A$

۹. آیا دو مجموعه زیر مساوی هستند؟ چرا؟

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x < 2\} \text{ و } B = \{x \mid x \in \mathbb{Q} \mid -1 < x < 2\}$$

.....

.....

۱۰. مجموعه‌های نمایش داده‌شده روی محور را با نمادهای ریاضی نشان دهید.



۱۱. اگر $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x\}$ و $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 3\}$ باشند، مجموعه $A \cap B$ را مشخص کنید و روی محور نمایش دهید.

.....

.....

.....

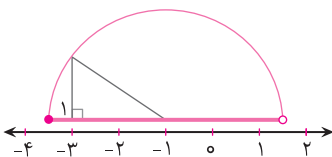
۱۲. هر یک از عددهای زیر را روی محور مشخص کنید.

الف) $\sqrt{5}$

ب) $-1 - \sqrt{2}$

پ) $3 - \sqrt{13}$

۱۳. مجموعه‌ای را که محور مقابل نمایش می‌دهد، به زبان ریاضی بنویسید.

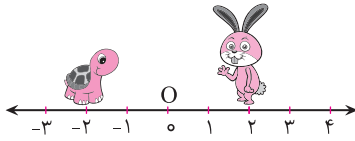


.....

.....



درس سوم: قدر مطلق و محاسبه تقریبی



الف. در محور زیر خرگوش و لاک پشت روی چه نقطه هایی قرار دارند؟

ب. فاصله خرگوش از نقطه 0 چقدر است؟

پ. فاصله لاک پشت از نقطه 0 چقدر است؟

ت. خرگوش و لاک پشت می توانند روی چه نقطه هایی قرار گیرند تا فاصله آنها از نقطه 0 برابر 1 شود؟

$$|-1| = |1| = 1$$

قدر مطلق: فاصله نقطه نظیر یک عدد حقیقی مانند a از مبدأ را قدر مطلق a می نامیم و با علامت $|a|$ نمایش می دهیم.

$$|-\frac{2}{5}| = |\frac{2}{5}| = \frac{2}{5}$$

فاصله نقطه های $\frac{2}{5}$ و $-\frac{2}{5}$ تا مبدأ برابر $\frac{2}{5}$ است.

$$|a| = \begin{cases} a & a > 0 \\ 0 & a = 0 \\ -a & a < 0 \end{cases}$$

قدر مطلق هر عدد مثبت برابر خود آن عدد، قدر مطلق صفر، مساوی صفر و قدر مطلق هر عدد منفی، قرینه آن است.

به طور کلی اگر a یک عدد حقیقی باشد:

$$|0| = 0, \quad | +7 | = 7, \quad | -7 | = -(-7) = 7$$

حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

الف) $|-9| =$

ب) $|-5 + 11| =$

پ) $|-5/18 - 5/12| =$

ت) $-|-7| =$

ث) $|-2 - 5 \times 4| =$

ج) $|2 - 10 \div (-5)| =$

اگر مقدار عبارت داخل یک قدر مطلق تقریبی باشد، ابتدا باید علامت حاصل عبارت را تعیین کنیم و سپس با توجه به تعریف قدر مطلق، حاصل را بنویسیم.

$$\sqrt{3 - \sqrt{5}} = 3 - \sqrt{5}$$

$$\sqrt{1 - \sqrt{5}} = -(1 - \sqrt{5}) = -1 + \sqrt{5}$$

حاصل تساوی های زیر را به دست آورید.

الف) $|-3 + \sqrt{5}| =$

ب) $|1 - \sqrt{10}| =$

پ) $-|2 + \sqrt{11}| =$

ت) $|2\sqrt{5} - \sqrt{8}| =$



سؤال: مریم و فاطمه عددهای مثبت و منفی را با نماد جبری نمایش داده‌اند. کدام یک پاسخ درست داده است؟

روش فاطمه

$$a > 0 = \text{عددهای مثبت}$$

$$a < 0 = \text{عددهای منفی}$$

روش مریم

$$+a = \text{عددهای مثبت}$$

$$-a = \text{عددهای منفی}$$

حال هر یک از عبارتهای زیر را به صورت فارسی بیان کنید.

الف) $a > 0, b < 0 \Rightarrow ab < 0$

ب) $a > 0, b > 0 \Rightarrow ab > 0, a + b > 0$

الف. حاصل تساوی‌های زیر را به دست آورید.

فعالیت

$$\sqrt{5^2} =$$

$$\sqrt{(-5)^2} =$$

$$\sqrt{(-8)^2} =$$

$$\sqrt{(-11)^2} =$$

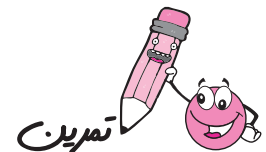
ب. آیا می‌توان گفت مقدار جذر یک عدد همیشه نامنفی است؟

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

بنابراین برای هر عدد حقیقی مانند a تساوی مقابل درست است. به عبارت دیگر حاصل جذر یک عدد، هیچ‌وقت منفی نمی‌شود.

$$\sqrt{(2-\sqrt{5})^2} = \overbrace{|2-\sqrt{5}|}^{\text{منفی}} = -(2-\sqrt{5}) = -2 + \sqrt{5}$$

$$\sqrt{(1-\sqrt{5})^2} = \overbrace{|1-\sqrt{5}|}^{\text{مثبت}} = 1 - \sqrt{5}$$



۱. کدام یک از جمله‌های زیر درست و کدام یک نادرست است؟

الف. اگر $|x| = 3$ باشد، آن‌گاه $x = 3$ یا $x = -3$ است.

ب. قدرمطلق مجموع دو عدد مساوی با مجموع قدرمطلق آن دو عدد است.

پ. برای هر دو عدد حقیقی a و b داریم: $|a \times b| = |a| \times |b|$

ت. $\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} = \sqrt{3}-2$



۲. در جای خالی علامت $>$ یا $=$ یا $<$ قرار دهید.

الف) $|-9| \bigcirc |-9|$ ب) $|a+b| \bigcirc |a|+|b|$ ($a, b > 0$) پ) $\sqrt{a^2} \bigcirc |a|$
 ت) $|-1-\sqrt{3}| \bigcirc -1+\sqrt{3}$ ث) $|a-b| \bigcirc |b-a|$ ج) $|\sqrt{2}-\sqrt{3}| \bigcirc \pi$

۳. حاصل هر یک از عبارتهای زیر را به دست آورید.

الف) $|\sqrt{7}| =$ ب) $|1-3 \times 5| =$
 پ) $-|-9| =$ ت) $|\frac{7}{-2}| \times (-2) =$
 ث) $|-3+3 \times (2-7)| =$ ج) $|2-\sqrt{8}| =$
 چ) $|-2\sqrt{3}+\sqrt{17}| =$

۴. هر یک از عبارتهای زیر را به زبان ریاضی بیان کنید.

الف. حاصل ضرب دو عدد نامنفی، بزرگتر یا مساوی صفر است.

ب. مجموع دو عدد منفی، عددی منفی است.

پ. اگر دو عدد مثبت باشند، قدرمطلق مجموع آن دو عدد برابر است با مجموع قدرمطلق آنها.

۵. اگر $a = -3$ و $b = 4$ باشد، مقدار عددی هر یک از عبارتهای زیر را به دست آورید.

الف) $3|a|+|b-a| =$
 ب) $\frac{|a-b|-|b|}{2|a|} =$

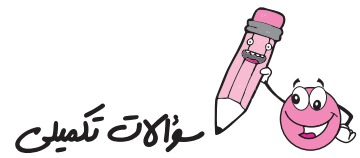
۶. اگر $x > 3$ باشد، حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$|x+3|+|3-x| =$

۷. آیا رابطه $\frac{|a|}{-3} \leq 0$ برای هر عدد حقیقی a درست است؟ چرا؟

۸. حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید.

الف) $|3^2-2^3| =$ ب) $|0/1^2-0/1^3| =$
 پ) $|2^3-5^0 \times 2^4| =$ ت) $\sqrt{(1-\sqrt{7})^2} =$
 ث) $\sqrt{(1-\sqrt{3})^2} + \sqrt{(4-\sqrt{3})^2} =$



۱. حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف) $|4 + \sqrt{3}| - |4 - \sqrt{3}| + |3 - 2\sqrt{3}| =$

ب) $\sqrt{(1 - \sqrt{5})^2} + \sqrt{(\sqrt{5} - 1)^2} =$

۲. اگر $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -1 \leq x < 4\}$ و $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid 0 < x \leq 3\}$ و $C = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| = 2\}$ باشد، حاصل تساوی‌های زیر را بنویسید.

الف) $A \cup B =$

ب) $B \cap C =$

پ) $(B - A) \cup C =$

ت) $C - (A \cap B) =$

۳. اگر مجموعه‌های $A = \{-5, 1\}$ و $B = \{|x|, a\}$ با هم مساوی باشند، حاصل $-2|x| + a$ را به دست آورید.

۴. اگر $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 2\}$ و $B = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x \leq 2\}$ باشند، مجموعه‌های زیر را روی محور نمایش دهید و به زبان ریاضی بنویسید.

الف) $A \cap B$

ب) $A \cup B$

پ) $A - B$

۵. اگر a یک عدد حقیقی و $b < 0$ باشد، حاصل عبارت $|a| + |b|$ را بنویسید. (درباره حالت‌های مختلف بحث کنید).

سؤال کاربردی

طرفین هر یک از تساوی‌های زیر را به دست آورید. آیا تساوی‌ها برقرار هستند؟

الف) $4 - 10 + \frac{25}{4} = \left(2 - \frac{5}{2}\right)^2$

ب) $9 - 15 + \frac{25}{4} = \left(3 - \frac{5}{2}\right)^2$

دانش‌آموزی به شکل زیر ثابت کرد که $2 = 3$ است. کدام مرحله از اثبات او نقص دارد؟

$$-6 = -6 \Rightarrow \overset{-6}{4} - \overset{-6}{10} = 9 - 15 \xrightarrow{\text{جمع طرفین با } \frac{25}{4}} 4 - 10 + \frac{25}{4} = 9 - 15 + \frac{25}{4} \rightarrow \left(2 - \frac{5}{2}\right)^2 = \left(3 - \frac{5}{2}\right)^2 \xrightarrow{\text{جذر}} 2 - \frac{5}{2} = 3 - \frac{5}{2}$$

$\xrightarrow{\text{جمع طرفین } \frac{5}{2}} 2 = 3$ با توجه به رابطه‌های «الف» و «ب»