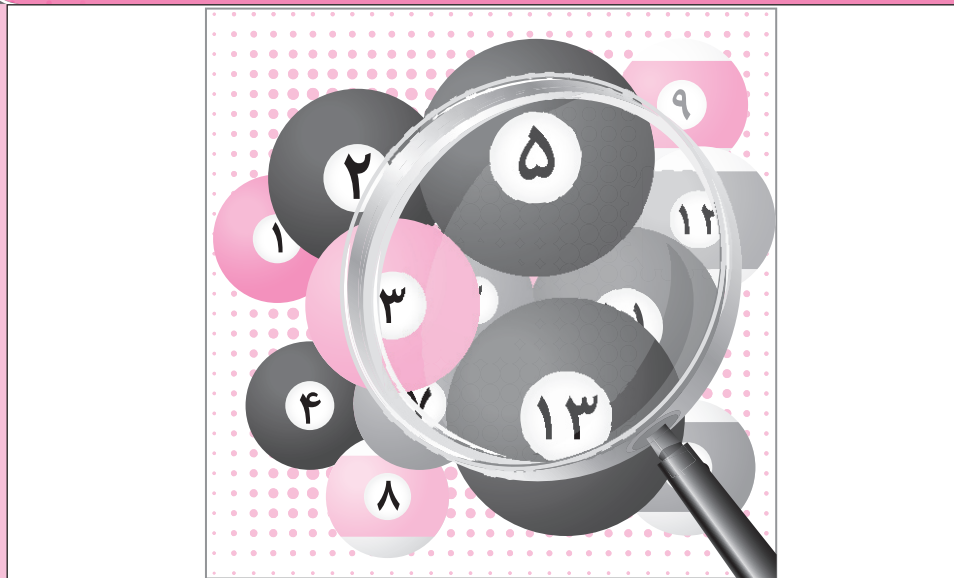


فصل

۲

حساب عددهای طبیعی



در پایان این فصل دانش آموز باید بتواند:

- ◀ در میان عددهای طبیعی، عددهای اول و مرکب را تشخیص دهد.
- ◀ «ب.م.م» و «ک.م.م» دو عدد را به دست آورد.
- ◀ با روش غربال، عددهای اول بین ۱ تا n را مشخص کند.
- ◀ با چند تقسیم، اول یا مرکب بودن یک عدد را مشخص کند.

یادآوری عددهای اول

شمارنده: به عددهای طبیعی که عدد a بر آن‌ها بخش پذیر است، شمارنده‌های (مقسوم علیه) عدد a می‌گوییم.

مثال: شمارنده‌های ۱۲: ۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۱۲

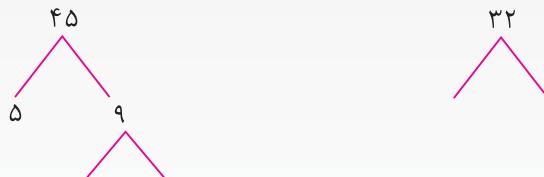
عدد اول: به عددهای طبیعی که فقط دو شمارنده دارند یا به عبارتی، فقط بر عدد یک و خودشان بخش پذیر هستند عدد اول می‌گوییم مانند ۵، ۳، ۱۱ و ...

فعالیت: شمارنده‌های عددهای ۲۴ و ۱۷ را بنویسید و مشخص کنید کدام یک اول است؟

شمارنده‌های ۲۴: ۱، ۲،

شمارنده‌های ۱۷:

فعالیت: با استفاده از نمودار درختی، شمارنده‌های اول ۴۵ و ۳۲ را مشخص کنید.



عدد مرکب: به هر عدد طبیعی که بیش از دو شمارنده داشته باشد، **عدد مرکب** می‌گوییم. مانند: ۴، ۹، ۱۵ و ...

هر عدد مرکب را می‌توان به صورت حاصل ضرب دو عدد طبیعی بزرگ‌تر از یک نوشت.



$$۱۲ = ۳ \times ۴$$

$$۳۰ = ۵ \times ۶$$

مثال:

عدد یک تنها عدد طبیعی است که نه اول است و نه مرکب.



عددهای طبیعی را می‌توان به سه دسته عددهای اول، عددهای مرکب و عدد یک تقسیم نمود.



فعالیت: در بین عددهای زیر، عددهای مرکب را مشخص کنید.

۱۷، ۲۵، ۱، ۳۶، ۴۳، ۵۱، ۹۱، ۵۷، $\sqrt{۲۵}$

ا.ب.م.م و ک.م.م دو عدد

«ا.ب.م.م» و «ک.م.م» دو عدد را می‌توان با استفاده از تجزیه به شمارنده‌های اول (نمودار درختی) به صورت زیر مشخص کرد:

$(a, b) = \text{ا.ب.م.م}$ دو عدد = حاصل ضرب شمارنده‌های مشترک با کم‌ترین تکرار (توان)

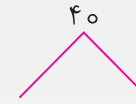
$[a, b] = \text{ک.م.م}$ دو عدد = حاصل ضرب شمارنده‌های مشترک و غیرمشترک با بیش‌ترین تکرار (توان)

فعالیت: «ب.م.م» و «ک.م.م» دو عدد ۲۴ و ۴۰ را مشخص کنید.

$$(۲۴, ۴۰) =$$



$$[۲۴, ۴۰] =$$



اگر «ب.م.م» دو عدد برابر یک باشد، می‌گوییم آن دو عدد نسبت به هم اول هستند.



$$(۵, ۶) = ۱$$

$$(۹, ۲۰) = ۱$$

$$(۵, ۱۲) = ۱$$

$$(۱۱, ۱۳) = ۱$$

مثال:

فعالیت: یک عدد اول و یک عدد مرکب بنویسید که نسبت به هم اول باشند.

فعالیت: دو عدد مرکب نام ببرید که نسبت به هم اول باشند.

اگر دو عدد نسبت به هم اول باشند، «ک.م.م» آن‌ها برابر حاصل ضرب آن دو عدد است.



$$[۱۴, ۵] = ۱۴ \times ۵ = ۷۰$$

$$[۱۱, ۱۷] = ۱۱ \times ۱۷ = ۱۸۷$$

$$[۸, ۱۵] = ۱۲۰$$

مثال:

تمرین

یادآوری عددهای اول

۱. جمله‌های درست را با \checkmark و نادرست را با \times مشخص کنید. (دلیل نادرستی آن‌ها را بنویسید).

الف. بزرگ‌ترین شمارنده هر عدد، خود عدد است.

ب. مضرب‌های طبیعی یک عدد، بی شمار هستند.

پ. اگر عدد a بر عدد b بخش پذیر باشد، ب.م.م آن‌ها برابر a است.

ت. عدد یک، شمارنده همه عددها است.

ث. دو عدد طبیعی متوالی نسبت به هم اول هستند.

۲. شمارنده‌های عددهای زیر را بنویسید.

۱۸:

۴۰:

۵۰:

۳. دور عددهایی که اول هستند، خط بکشید.

۱۵ ، ۲۹ ، ۷۳ ، ۱ ، ۵^۲ ، ۹۱ ، $\sqrt{۴۹}$



۴. عددهای اول بین ۳۰ تا ۵۰ را بنویسید.

۵. الف. دو عدد اول نام ببرید که یکان آن‌ها ۹ باشد.

ب. دو عدد مرکب نام ببرید که یکان آن‌ها ۳ باشد.

۶. اگر تعداد عددهای اول از یک تا a برابر n تا باشد، تعداد عددهای مرکب از ۱ تا a چقدر است؟

۷. ۱۸ نفر سرباز برای اجرای مراسم رژه در حال تمرین هستند. آن‌ها به چند صورت می‌توانند به آرایش مستطیلی مراسم رژه را به اجرا در آورند؟ تمام حالت‌ها را با رسم شکل نشان دهید.

۸. الف. آیا مجموع دو عدد اول، همیشه عددی اول است؟ چرا؟

ب. حاصل ضرب دو عدد اول چگونه است؟

۹. حاصل تساوی‌های زیر را با راه‌حل به دست آورید.

$$(28, 42) =$$

$$[35, 60] =$$

۱۰. اگر a و b دو عدد اول باشند و $a^2 + b^2 = 53$ باشد، حاصل $a \times b$ چه عددی است؟

۱۱. سه عدد بنویسید که شماره‌های اول آن‌ها فقط ۲ و ۷ باشد.

تعیین عددهای اول

با روش غربال کردن می‌توان عددهای اول بین عدد یک تا n را مشخص نمود.

فعالیت: عددهای اول بین ۱ تا ۵۰ را مشخص کنید.

۱. عدد یک را خط می‌زنیم.

۲. به غیر از عدد ۲، بقیه مضرب‌های عدد ۲ را خط می‌زنیم.

۳. به غیر از عدد ۳، بقیه مضرب‌های عدد ۳ را خط می‌زنیم.

۴. خط زدن مضرب‌های عددهای اول را تا عددی ادامه می‌دهیم که مجزورش در بین عددها باشد.

۵. در آخر، عددهایی که خط نخورده‌اند، عدد اول هستند.

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰
۳۱	۳۲	۳۳	۳۴	۳۵	۳۶	۳۷	۳۸	۳۹	۴۰
۴۱	۴۲	۴۳	۴۴	۴۵	۴۶	۴۷	۴۸	۴۹	۵۰

در روش غربال کردن، اولین مضرب هر عدد اول که خط می‌خورد، مجزور آن عدد می‌باشد. به طور مثال اولین مضرب عدد ۵ که خط می‌خورد ۲۵ می‌باشد. (عددهای ۱۰، ۱۵ و ۲۰ که مضرب ۵ هستند قبلاً جزء مضرب‌های ۲ و ۳ خط خورده‌اند.)

به طور کلی اگر بفهمیم اول یا مرکب بودن یک عدد را مشخص کنیم آن عدد را به ترتیب بر عددهای اول تقسیم می‌کنیم. اگر بر یکی از آن‌ها بخش‌پذیر باشد، عدد مرکب است در غیر این صورت عدد اول می‌باشد. البته توجه داشته باشید عمل تقسیم را تا آن عدد اولی ادامه می‌دهیم که مجزورش از عدد موردنظر بزرگ‌تر نباشد.

فعالیت: آیا عدد ۶۷ اول است؟

$$67 \div 2$$

$$67 \div 3$$

$$67 \div 5$$

$$67 \div \underline{\quad}$$

۱۶۱ چطور؟

$$161 \div 2$$

$$161 \div 3$$

$$161 \div \underline{\quad}$$

$$161 \div \underline{\quad}$$

تمرین

تعیین عددهای اول



۱. با روش غربال، عددهای اول بین ۱ تا ۷۰ را مشخص کنید.

۲. آیا عدد ۴۷۳ اول است؟ چرا؟

۳. در بین عددهای زیر عددهای اول را مشخص کنید.

۹۱، ۸۳، ۱۱۹، ۱۲۱، ۳۷۱، ۱۱۵، ۱۳۱

۴. در تعیین اعداد اول ۱ تا ۵۰۰ به روش غربال، آخرین عدد اولی که مضرب‌های آن باید خط بخورد چه عددی است؟

۵. در تعیین اعداد اول ۱ تا ۲۰۰ به روش غربال، اولین مضرب ۱۱ که خط می‌خورد چه عددی است؟

۶. در روش غربال کردن اعداد ۱ تا ۲۰۰ اعداد ۱۶۹، ۱۱۵ و ۹۱ به چه ترتیبی خط می‌خورند؟ (ابتدا کدام عدد و سپس کدام اعداد خط می‌خورند؟)

۷. در تعیین اعداد اول از ۱ تا ۳۰۰ به روش غربال صد و پنجاه و دومین عددی که خط می‌خورد چه عددی است؟

حساب عددهای طبیعی و کاربردهای آن



۱. در جدول زیر خانه‌هایی که عدد اول هستند را رنگ آمیزی کنید.

۲۸	۱۱۶	۱۸	۳۸	۱۱۷	۲۲	۳۳	۱	۱۶	۱۱۰	۴۵	۱۲	۹۴	۴۲	۲۴	۵۱	۱۰۶	۸۱	۷۶	۲۰
۵۶	۸۲	۴۹	۴	۸۵	۸۹	۹۲	۵۵	۴۸	۵۳	۲	۴۰	۶	۷۴	۷۹	۱۰۵	۲۳	۳	۹۶	۷۷
۶۰	۵۹	۱۱	۹۳	۳	۱۳	۸	۶۷	۱۰۰	۲۹	۶۱	۶۴	۱۰	۹۸	۱۱۳	۲۶	۱۷	۵۸	۲۷	۵۰
۶۲	۱۰۷	۷۳	۷۵	۴	۱۰۳	۶۵	۸۹	۸۷	۹۹	۱۰۱	۱۰۸	۵	۱۰۴	۷۱	۴۷	۱۰۹	۹۵	۷۰	۳۲
۶۹	۳۵	۴۶	۱۱۴	۱۹	۴۳	۱۱۲	۸۳	۸۶	۷	۳۷	۱۰۲	۴۱	۳۱	۹۷	۱۱۹	۳۶	۳۹	۹۰	۵۷
۳۰	۵۲	۶۸	۲۵	۶۶	۸۴	۹	۹۱	۴۴	۶۳	۱۱۵	۱۵	۷۸	۱۱۱	۵۴	۸۸	۲۱	۷۲	۸۰	۱۴

۲. فقط با استفاده از عددهای ۲، ۳، ۵، ۷، ۱۱، ۱۳، ۱۷، ۱۹، ۲۳، ۲۹ و ۳۱ و علامت ضرب می‌توان عددهای مرکب کوچک‌تر از ۷۱ را به دست آورد. (استفاده از عددهای و علامت ضرب محدودیت ندارد). شما هم می‌توانید این کار را انجام دهید. جدول زیر را کامل کنید.

عدد	ضرب شمارنده‌ها	عدد	ضرب شمارنده‌ها	عدد	ضرب شمارنده‌ها
۴	۲×۲	۲۸		۵۱	
۶	۲×۳	۳۰		۵۲	
۸	$۲ \times ۲ \times ۲$	۳۲		۵۴	
۹		۳۳		۵۵	
۱۰		۳۴		۵۶	
۱۲		۳۵		۵۷	
۱۴		۳۶		۵۸	
۱۵		۳۸		۶۰	
۱۶		۳۹		۶۲	
۱۸		۴۰		۶۳	
۲۰		۴۲		۶۴	
۲۱		۴۴		۶۵	
۲۲		۴۵		۶۶	
۲۴		۴۶		۶۸	
۲۵		۴۸		۶۹	
۲۶		۴۹		۷۰	
۲۷		۵۰			

آزمون فصل دوم



ردیف	سؤالات
	توجه: در این قسمت استفاده از ماشین حساب مجاز می‌باشد.
۱	<p>جملات درست را با \checkmark و نادرست را با \times مشخص کنید.</p> <p>الف. عدد ۱۲۱ عددی اول است.</p> <p>ب. اگر ب.م.م دو عدد ۱ باشد می‌گوییم آن‌ها نسبت به هم اول هستند.</p> <p>پ. تمام مضرب‌های طبیعی یک عدد طبیعی، مرکب هستند.</p> <p>ت. هر عدد طبیعی بزرگ‌تر از ۱، حداقل یک شمارنده اول دارد.</p>
۲	<p>در جای خالی کلمه یا عدد مناسب بنویسید.</p> <p>الف. کوچک‌ترین عدد طبیعی مرکب، عدد است.</p> <p>ب. هر عدد اول فقط، شمارنده و هر عدد مرکب حداقل شمارنده دارد.</p> <p>پ. اگر دو عدد نسبت به هم اول باشند، آن‌گاه ک.م.م آن‌ها است.</p> <p>ت. عدد نه اول است و نه مرکب.</p>
۳	<p>در سؤالات زیر گزینه درست را انتخاب کنید.</p> <p>الف. کدام یک از عددهای زیر مرکب <u>نیست</u>؟</p> <p>۹۱ (۱) ۴۳ (۲) ۳۹ (۳) ۶۳ (۴)</p> <p>ب. آخرین عددی که برای پیدا کردن عددهای اول بین ۱ تا ۶۰ در روش غربال خط می‌خورد، کدام است؟</p> <p>۴۹ (۱) ۵۸ (۲) ۵۹ (۳) ۵۲ (۴)</p> <p>پ. بین ۷۰ و ۸۰ چند عدد اول وجود دارد؟</p> <p>۱ (۱) عدد ۲ (۲) عدد ۳ (۳) عدد ۴ (۴) عدد</p>
۴	<p>با روش غربال کردن، عددهای اول بین ۹۰ و ۱۱۰ را پیدا کنید.</p>
۵	<p>در بین عددهای زیر، بزرگ‌ترین عدد مرکب کدام است؟</p> <p>۱۷, ۲۱, ۳۹, ۴۱</p>
۶	<p>اگر عددهای ۵ و ۷ دو شمارنده یک عدد باشند، چهار شمارنده دیگر این عدد را بنویسید.</p>
۷	<p>اگر مجموع دو عدد اول ۳۱ باشد، آن دو عدد را مشخص کنید.</p>