فصل دوم

کسر

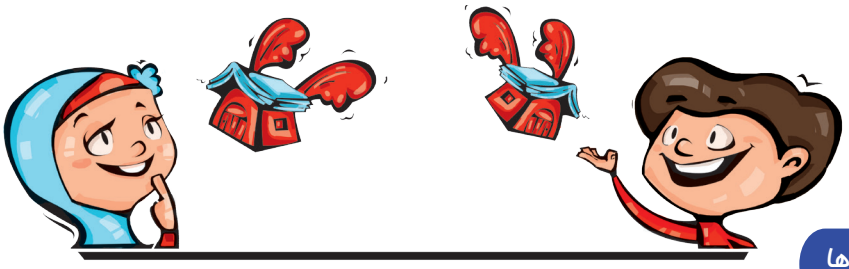
- ✓ جمع و تفریق کسرها
- ✓ کوچک‌ترین مخرج مشترک
- ✓ محاسبات تقریبی
- ✓ ضرب کسر
- ✓ آشنایی با معکوس کسرها
- ✓ استفاده از راهبرد حدس و آزمایش در جمع و تفریق کسرها
- ✓ تقسیم کسر
- ✓ حل مسئله به کمک کسر

آیا می‌دانید که مصریان باستان برای نوشتن کسرها از ۲ قانون پیروی می‌کردند؟

قانون اوّل: صورت کسر حتماً باید عدد ۱ باشد. مثلاً به جای نوشتن کسر $\frac{۵}{۲۰}$ می‌نوشتند: $(\frac{۱}{۵}+\frac{۱}{۲۰})$!!!

قانون دوم: در جمع کسرها از اعداد تکراری استفاده نمی‌کردند.

مثلاً برای نوشتن $\frac{۲}{۳}$ نمی‌نوشتند $(\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۳})$ بلکه، از جمع $(\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۶})$ استفاده می‌کردند.



کلبه‌ی آموزش

درس اوّل: جمع و تفریق کسرها

جمع و تفریق‌های زیر را انجام دهید.

الف) $\frac{۳}{۸}+\frac{۱}{۴}=$ ب) $\frac{۳}{۵}-\frac{۱}{۲}=$

برای به دست آوردن مخرج مشترک، روش شما در قسمت «الف و ب» چه تفاوتی داشت؟

در سال‌های گذشته با انواع جمع و تفریق کسرها آشنا شدید:

۱. مخرج کسرها مساوی بودند و نیازی به مخرج مشترک گرفتن نبود.

$$\frac{۲}{۷}+\frac{۳}{۷}=\frac{۵}{۷}$$

۲. مخرج کسرها بر هم بخش‌پذیر بودند.

$$\frac{۴}{۷}-\frac{۳}{۱۴}=\frac{۸}{۱۴}-\frac{۳}{۱۴}=\frac{۵}{۱۴}$$

×۲ ×۲

۳. مخرج کسرها بر هم بخش‌پذیر نبودند و باید در هم ضرب می‌شدند.

$$\frac{۳}{۴}+\frac{۱}{۳}=\frac{۹}{۱۲}+\frac{۴}{۱۲}=\frac{۱۳}{۱۲}=۱\frac{۱}{۱۲}$$

اکنون بگویید برای پاسخ دادن به جمع روبه‌رو، کدام‌یک از روش‌های بالا مناسب است؟ آن را پاسخ دهید: $\frac{۹}{۱۲}+\frac{۷}{۸}=$

آیا مخرج‌ها را در هم ضرب کردید؟ _____ همان‌طور که مشاهده کردید با ضرب مخرج‌ها در یکدیگر اعداد بزرگی به دست می‌آید که محاسبه را تا حدودی برای ما دشوار می‌کند و ما در نهایت باید جواب را چندین بار ساده کنیم. آیا می‌توان برای این دو کسر مخرج کوچک‌تری در نظر گرفت؟ _____

اکنون می‌خواهیم از روش ساده‌تری برای حل تمرین قبل، استفاده کنیم: ابتدا مخرج بزرگ‌تر، یعنی ۱۲ را می‌نویسیم (این کار باعث می‌شود که زودتر به نتیجه برسیم.) سپس آن را در ۲، ۳، ۴ و ... ضرب می‌کنیم و مضرب‌ها را می‌نویسیم. (عدد ۱ را انتخاب نمی‌کنیم چون مضرب همان ۱۲ است.) بنابراین اوّلین مضرب برای ۱۲، عدد ۲۴ است. ۲۴ ← ۱۲ در این مرحله باید ببینیم آیا می‌توان عدد ۸ را در عددی ضرب کرد که حاصل آن ۲۴ بشود؟ آن عدد چیست؟ _____ :۸

بله، با ضرب عدد ۸ در ۳ به مضرب ۲۴ می‌رسیم. پس، کوچکترین مخرج مشترک بین دو کسر $\frac{۹}{۱۲}$ و $\frac{۷}{۸}$، ۲۴ است.

$$\frac{۹\times۲}{۱۲\times۲}+\frac{۷\times۳}{۸\times۳}=\frac{۱۸}{۲۴}+\frac{۲۱}{۲۴}=\frac{۳۹}{۲۴}=۱\frac{۱۵}{۲۴}=۱\frac{۵}{۸}$$

نکته: چنانچه اوّلین مضرب برای هر دو عدد مناسب نبود، مضرب‌های بعدی را امتحان می‌کنیم.

فعّالیت: حاصل تفریق زیر را با استفاده از کوچک‌ترین مخرج مشترک به دست آورید.

$$\frac{۸}{۱۴}-\frac{۳}{۴}=$$

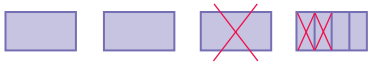
مضرب‌های ۴: مضرب‌های ۱۴:

پرسش و تمرین

۱ **جمله‌های درست را با علامت ✓ و جمله‌های نادرست را با علامت ✗ مشخّص کنید.**

الف. حاصل $\frac{۳}{۵}+\frac{۲}{۶}$ برابر با $\frac{۵}{۱۱}$ است.

ب. شکل روبه‌رو تفریق $۴-۱\frac{۲}{۵}$ را نشان می‌دهد.



پ. کوچک‌ترین مخرج مشترک برای ۲ کسر $\frac{۹}{۱۲}$ و $\frac{۷}{۱۸}$، ۳۶ است.

ت. عدد ۵ را می‌توان به صورت $۴\frac{۷}{۷}$ هم نوشت.

۲ **حاصل $\frac{۱}{۴}+\frac{۸}{۹}$ به کدام‌یک از عددهای زیر نزدیک‌تر است؟**

الف. $۱\frac{۱}{۲}$ ب. ۱/۲۵ پ. ۲ ت. ۸

۳ **کدام گزینه با عدد مخلوط $۴\frac{۸}{۶}$ برابر است؟**

الف. $\frac{۲۴}{۶}$ ب. $۵\frac{۱}{۶}$ پ. $۵\frac{۱}{۳}$ ت. $\frac{۳۲}{۸}$

۴ **جمع و تفریق زیر را روی محور نمایش دهید و حاصل را به دست آورید. (از کوچک‌ترین مخرج مشترک استفاده کنید.)**

$۴\frac{۵}{۶}-۲\frac{۱}{۴}=$

$۵-۳\frac{۷}{۸}=$

۵ **آقای کاظمی هر ماه $\frac{۱}{۲}$ درآمدش را برای اجاره خانه، $\frac{۲}{۱۵}$ درآمدش را برای مخارج روزانه‌ی خانه و $\frac{۱}{۳}$ آن را برای هزینه‌ی تحصیلی فرزندانش خرج می‌کند. چه کسری از حقوق آقای کاظمی باقی می‌ماند؟**

۶ **با توجّه به عبارت جمع، مسئله‌ی زیر را کامل کنید و حاصل را به دست آورید.**

$۵۳\frac{۲}{۶}+۴۷\frac{۳}{۸}=$

اتومبیلی در ساعت اوّل $۵۳\frac{۲}{۶}$ کیلومتر و در ساعت _____

_____

۷ حاصل جمع و تفریق‌های زیر را به دست آورید و پاسخ را به ساده‌ترین صورت بنویسید.

$\frac{۷}{۹} - \frac{۱}{۶} =$

$۴\frac{۹}{۲۰} + ۱\frac{۷}{۸} =$

$۱۰ - ۲\frac{۳}{۵} =$

۸ اعداد زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

$\frac{۱}{۲}, ۲\frac{۳}{۵}, \frac{۱}{۹}, \frac{۱۲}{۴}, \frac{۳}{۷}, \frac{۷}{۵}$

۹ در جاهای خالی اعدادی بنویسید که رابطه درست باشد.

$\frac{۲}{۷} + \square > ۱$ $\qquad$ $\frac{۶}{۱۲} + \square = \frac{۷}{۸} + \frac{۲}{۱۶}$ $\qquad$ $\square - ۲\frac{۱}{۳} < \frac{۷}{۸} + \frac{۱}{۴}$

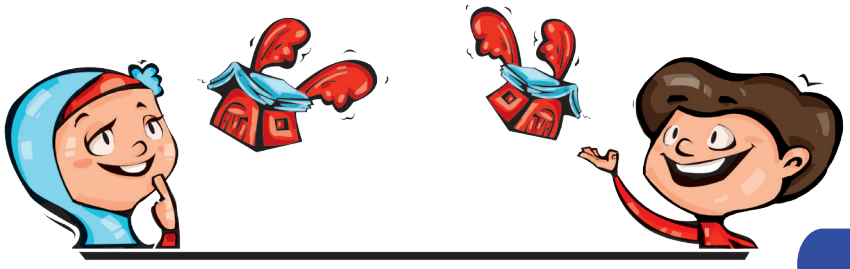
۱۰ در مهمانی جشن تولّد هلیا $\frac{۲}{۵}$ مهمانان از بستگان پدر، $\frac{۱}{۳}$ از بستگان مادر، $\frac{۲}{۱۵}$ از همسایگان و ۶ نفر بقیه، از هم‌کلاسی‌هایش بودند. مهمانان جشن تولّد هلیا چند نفر بودند؟ (می‌توانید از راهبرد رسم شکل هم استفاده کنید.)

۱۱ برای برگزاری یکی از موسیقی‌های سنّتی، $\frac{۳}{۵}$ بلیط‌ها در روز اوّل و $\frac{۱}{۴}$ آن‌ها در روز دوم به فروش رفت. اگر هنوز ۳۶۰ بلیط باقی مانده باشد، تعداد کل بلیط‌ها چند تا بوده است؟

ریاضیات و زندگی ما

مریم خانم از یک کیسه‌ی ۵ کیلوگرمی برنج، سه بار به ترتیب $۱\frac{۲}{۳}$، $۱\frac{۴}{۸}$ و $۱\frac{۱}{۶}$ کیلوگرم استفاده کرد. او چند کیلوگرم برنج استفاده کرده است؟

چند کیلوگرم برنج هنوز در کیسه باقی مانده است؟



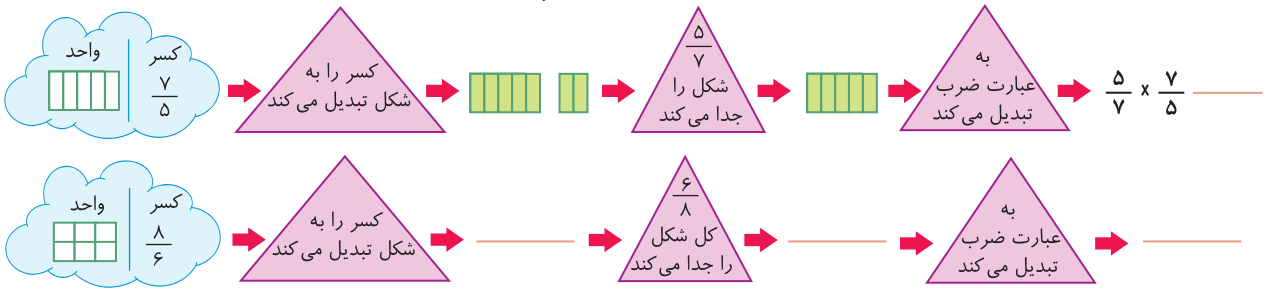
کلبه‌ی آموزش

درس دوم: ضرب کسرها

یادآوری ضرب کسرها:

عبارت ضرب	مفهوم	رسم شکل	رسم محور
$۲ \times \frac{۳}{۵}$	۲ تا دسته‌ی ۳ پنجمی		
$\frac{۳}{۵} \times ۲$	سه پنجمِ ۲ واحد		
$\frac{۳}{۵} \times \frac{۱}{۳}$	سه پنجمِ $\frac{۱}{۳}$ واحد		

با توجّه به نمونه و کاری که هر یک از ماشین‌های ورودی، خروجی انجام می‌دهند، جاهای خالی را کامل کنید.



پاسخ دو تمرین بالا چه شباهتی با یکدیگر داشت؟

عبارت‌های ضرب چطور؟ آیا در هر عبارت بین کسر اوّل و کسر دوم، رابطه‌ای وجود داشت؟

همان‌طور که در تمرین بالا مشاهده کردید حاصلضرب هر کسر در معکوس خودش برابر با عدد ۱ است. (عدد صفر معکوس ندارد.)

فعّالیت: حاصلضرب روبه‌رو را به کمک شکل به دست آورید.

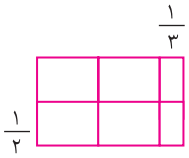
$\frac{۳}{۴} \times \frac{۴}{۳} =$

پرسش و تمرین

۱ **جمله‌های درست را با علامت ✓ و جمله‌های نادرست را با علامت ✗ مشخّص کنید.**

- الف. شکل روبه‌رو ضرب $۲\times\frac{۱}{۲}$ را نشان می‌دهد.
- ب. حاصلضرب $\frac{۳۴۸}{۴۵۰}\times\frac{۴۵۰}{۳۴۸}$ برابر با یک است.
- پ. معکوس $۲\frac{۵}{۷}$، $\frac{۷}{۱۹}$ می‌باشد.
- ت. معکوس عدد ۰، $\frac{۱}{۰}$ است.

۲ **شکل مقابل با کدام گزینه ارتباط دارد؟**



- الف. $۲\frac{۱}{۲}\times۱\frac{۱}{۳}$
- ب. $\frac{۱}{۳}\times\frac{۱}{۲}$
- پ. $۲\frac{۱}{۳}\times۱\frac{۱}{۲}$
- ت. $\frac{۲}{۳}\times\frac{۱}{۲}$

۳ **کدام گزینه با حاصلضرب $\frac{۶}{۸}\times\frac{۹}{۱۵}$ مساوی است؟**

- الف. $\frac{۹}{۱۵}\times\frac{۱}{۴}$
- ب. $\frac{۶}{۱۵}\times\frac{۱}{۲}$
- پ. $\frac{۶}{۸}\times\frac{۸}{۶}$
- ت. $\frac{۹}{۸}\times\frac{۶}{۱۵}$

۴ **جاهای خالی را کامل کنید.**

$۶=\frac{\square}{۱}=\frac{\square}{۸}=\frac{۳۶}{\square}$

$\frac{\square}{\square}\times\frac{\square}{۹}=۱$

$\frac{\square}{\square}\times\frac{\square}{\square}=\frac{۹}{۲۸}$

۵ **حاصلضرب‌های زیر را با رسم شکل به دست آورید.**

$۵\times\frac{۱}{۵}=$

$۱\frac{۳}{۴}\times۲\frac{۱}{۲}=$

$\frac{۱}{۵}\times۵=$

$\frac{۲}{۳}\times\frac{۳}{۴}=$

۶ **در یک مسابقه‌ی دوچرخه‌سواری، دوچرخه‌سواران می‌خواستند یک مسیر ۳ کیلومتری را رکاب بزنند. رضا $\frac{۲}{۵}$ مسیر، اشکان $\frac{۱۱}{۱۵}$ مسیر و فرید $\frac{۱۶}{۲۰}$ مسیر را پیموده‌اند.**

الف. هر کدام چند متر از مسیر را طی کرده‌اند؟ _____

ب. کدام‌یک از بقیه جلوتر است؟ _____