

» فصل ۹ چهارم

در این فصل می‌خوانیم:

درس اول: توان

درس دوم: تقسیم اعداد تواندار

درس سوم: جذر تقریبی

درس چهارم: نمایش اعداد رادیکالی روی محور اعداد

درس پنجم: خواص ضرب و تقسیم رادیکال‌ها



یادآوری: در کلاس هفتم با درس توان آشنا شدیم و طریقه پیدا کردن مقدار یک عبارت توان دار را یاد گرفتیم؛ همچنین دو قاعده برای ضرب اعداد توان دار آموختیم. ابتدا به مرور مطالبی که سال گذشته یاد گرفتیم می پردازیم.

الف. محاسبه مقدار یک عبارت توان دار: ابتدا هر یک از اعداد را به توان می رسانیم سپس حاصل را محاسبه می کنیم.

$$3^4 + 5^2 - 1^7 = 81 + 25 - 1 = 105 \quad , \quad \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

ب. مجذور (مربع) یک عدد: یعنی توان دوم آن عدد

$$\sqrt{7}^2 = 49$$

۴۹، مجذور ۷ است:

$$\sqrt[3]{0}^2 = 0 / 0 = 0$$

۰/۰۹، مجذور ۳/۰ است:

پ. مکعب یک عدد: یعنی توان سوم آن عدد

$$\frac{1}{2}, \text{مکعب } 5 \text{ است: } \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}, \text{مکعب } \frac{1}{2} \text{ است: } \frac{1}{8} = 5^3 = 125$$

ت. ضرب عدددهای توان دار با پایه های مساوی: یکی از پایه ها را نوشت و توان ها را با هم جمع می کنیم.

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$3^4 \times 3^2 = 3^6 \quad (-2)^5 \times (-2)^3 = (-2)^8$$

ث. ضرب عدددهای توان دار با توان های مساوی: یکی از توان ها را نوشت و پایه ها را در هم ضرب می کنیم.

$$a^m \times b^m = (a \times b)^m$$

$$5^7 \times 2^7 = (5 \times 2)^7 = 10^7 \quad 3^4 \times \left(\frac{1}{\lambda}\right)^4 = (3 \times \frac{1}{\lambda})^4 = \left(\frac{3}{\lambda}\right)^4$$

به توان رساندن یک عدد توان دار

به مثال زیر توجه کنید. با توجه به قاعده ضرب عدددهای توان دار با پایه مساوی حاصل، 7^{12} شده است.

$$7^3 \times 7^3 \times 7^3 \times 7^3 = 7^{12}$$

همچنین می توانیم طبق قانون خلاصه کردن ضرب به کمک توان حاصل را به صورت $(7^3)^4 = 7^{12}$ بنویسیم.

$$7^3 \times 7^3 \times 7^3 \times 7^3 = (7^3)^4$$

$$(7^3)^4 = 7^{12}$$

بنابراین:

نکته: اگر یک عدد توان دار به توان برسد پایه را نوشت و توان ها را در هم ضرب می کنیم.

$$(a^m)^n = a^{m \times n}$$



مثال

۱. حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$3^3 + 5^{\circ} - 1^4 = \text{الف}$$

$$-3^4 + (-5)^3 = \text{ب}$$

$$(2^3)^2 + (3^4)^{\circ} = \text{پ}$$

$$\frac{4^3}{7} = \text{ت}$$

$$27 + 1 - 1 = 27 \text{ الف}$$

$$-81 + 25 = -56 \text{ ب}$$

$$2^6 + 3^{\circ} = 64 + 1 = 65 \text{ پ}$$

$$\frac{64}{7} \text{ ت}$$

۲. حاصل هر یک از عبارت‌های زیر را به صورت توان دار بنویسید.

$$4^5 \times 4 \times 4^2 = \text{الف}$$

$$25^3 \times 5^2 = \text{ب}$$

$$\left(\frac{7}{12}\right)^3 \times \left(\frac{8}{21}\right)^3 = \text{پ}$$

$$5^4 \times 10^3 \times 2^4 = \text{ت}$$

$$(-3)^7 \times 2^7 = \text{ث}$$

$$(3^5)^4 \times 3^8 = \text{ج}$$

$$4^8 \text{ الف}$$

$$5^3 \times 5^2 = 5^6 \times 5^3 = 5^9 \text{ ب}$$

$$\left(\frac{1}{\cancel{4}} \times \frac{2}{\cancel{1}}\right)^3 = \left(\frac{2}{9}\right)^3 \text{ پ}$$

$$10^4 \times 10^3 = 10^7 \text{ ت}$$

$$(-4)^7 \text{ ث}$$

$$3^5 \times 3^8 = 3^{13} \text{ ج}$$

پاسخ:

۳. کدام عبارت درست و کدام نادرست است؟

$$(3^2)^4 = 3^6 \text{ الف}$$

$$5^2 + 0^4 + 7^1 = 25 + 1 + 1 = 27 \text{ ب}$$

$$(3 \times 8)^2 = 3^2 \times 8^2 \text{ پ}$$

$$4^5 = \text{مجذور مکعب ۴} \text{ ت}$$

پاسخ: الف. نادرست، زیرا: $(3^2)^4 = 3^8$

ب. نادرست، زیرا: $25 + 0 + 7 = 32$

پ. درست

ت. نادرست، زیرا: $(4^3)^2 = 4^6$

تمرینات



۱. حاصل هر عبارت را به دست آورید.

$$(3^4 \div 27) \times 2^2 = \text{الف}$$

$$-7^2 + 7^1 + 7^0 = \text{ب}$$

$$\left(\frac{1}{5}\right)^3 = \text{پ}$$

$$\text{مکعب } \frac{1}{2} = \text{ت}$$

$$\frac{5^{\circ}}{8} + \frac{2^3}{8} = \text{ث}$$

$$(3^2 - 2 \times 6)^4 = \text{ج}$$



۲. حاصل هر یک از عبارت‌های زیر را به صورت توان دار بنویسید.

الف. $5^8 \times 5^2 \times 5 =$

ب. $(5^3)^8 \times 25 =$

پ. $x \times x^7 \times a^8 =$

ت. $(3/5)^4 \times (\frac{7}{1})^2 =$

ث. $(a^3)^9 \times a \times a^5 =$

ج. $16^3 \times 2^5 =$

الف. $3^{10} = 3^2 \times 3^{\square}$

ب. $6^{15} = (\square^3)^5$

پ. $3^{a+2} = 3^a \times \square^{\square}$

ت. $3^7 \times \square^7 = 12^7$

ث. $18^9 = \square^9 \times \square^9$

ج. $27^4 = 3^{\square}$

۴. الف. پنج برابر عدد 5^8 را به صورت توان دار، حساب کنید.

ب. سی و دو برابر عدد 2^6 را به صورت توان دار بنویسید.

پ. مکعب و مجذور 10^3 را در هم ضرب کرده و حاصل را به صورت توان دار بنویسید.

یادداشت تمرینات



$(2^4)^3 \times 2^5 = 2^{12} \times 2^5 = 2^{17}$

ج.

۱

الف. $3^{10} = 3^2 \times 3^{\square}$

ج.

الف.

ب. $6^{15} = (\square^3)^5$

ب.

ب.

پ. $3^{a+2} = 3^a \times \square^{\square}$

پ.

ت.

ت. $3^7 \times \square^7 = 12^7$

ت.

ث.

ث. $18^9 = \square^9 \times \square^9$ یا $18^9 = \square^9 \times \square^9$

ث.

ج.

ج. $27^4 = (\square^3)^4 = 3^{\square}$

ج.

ج.

الف. $5 \times 5^8 = 5^9$

الف.

الف.

ب. $3^2 \times 2^6 = 2^5 \times 2^6 = 2^{11}$

ب.

ب.

پ. $(10^3)^3 \times (10^3)^2 = 10^9 \times 10^6 = 10^{15}$

پ.

ت.

الف. $(81 \div 27) \times 4 = 3 \times 4 = 12$

ب. $-49 + 7 + 1 = -41$

پ. $\frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{125}$

ت. $(0/2)^3 = 0/008$

ث. $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{9}{8}$

ج. $(9-12)^4 = (-3)^4 = +81$

الف. 5^{11}

ب. $5^{24} \times 5^2 = 5^{26}$

پ. $x^{\lambda} \times a^{\lambda} = (xa)^{\lambda}$

ت. $(3/5)^6$

ث. $a^{27} \times a \times a^5 = a^{33}$



دروس ۲

تقطییم اعداد قواندار

الف. تقطییم با پایه‌های مساوی

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

یکی از پایه‌ها را نوشت و توان اولی را منهای توان دومی می‌کنیم.

$$5^8 \div 5^6 = 5^{8-6} = 5^2$$

$$(-3)^9 \div (-3)^4 = (-3)^5$$

$$x^7 \div x^3 = x^{7-3} = x^4$$

$$(3/5)^5 \div (\frac{7}{2})^3 = (\frac{7}{2})^2$$

ب. تقطییم با توان‌های مساوی

$$a^m \div b^m = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

پایه اولی را برابر پایه دومی تقسیم کرده و یکی از توان‌ها را می‌نویسیم:

$$15^8 \div 3^8 = (15 \div 3)^8 = 5^8$$

$$4^9 \div 2^9 = (4/2)^9 = 0/2^9$$

$$a^7 \div x^7 = \left(\frac{a}{x}\right)^7$$

$$(-18)^5 \div 3^5 = (-6)^5$$

$$3^7 \div 5^7 = \left(\frac{3}{5}\right)^7$$

مثال

۱. حاصل هر یک از عبارت‌های زیر را به صورت قواندار بنویسید.

$$15^8 \div 15^5 =$$

$$\text{(الف) (ب) } (20^9 \div 20^2) \div 5^7 =$$

$$\left(\frac{14}{9}\right)^5 \div \left(\frac{21}{5}\right)^5 =$$

$$\text{(ت) } b^6 \div m^6 =$$

$$24^7 \div 8^7 =$$

$$\text{(ج) } (4^3)^5 \div 4^{13} =$$

$$a^9 \div a^5 =$$

$$\text{(ح) } ((-14)^8 \div 2^8) \div (-7)^5 =$$

$$15^3 =$$

$$\text{(ب) } 20^7 \div 5^7 = 4^7$$

$$\text{(پ) } \left(\frac{14}{9} \times \frac{5}{21}\right)^5 = \left(\frac{10}{27}\right)^5$$

پاسخ:

$$\left(\frac{b}{m}\right)^6$$

$$3^7 =$$

$$\text{(ج) } 4^{15} \div 4^{13} = 4^2$$

$$a^{\textcolor{red}{\alpha}}$$

$$\text{(ح) } (-7)^8 \div (-7)^5 = (-7)^3$$

۲. در جاهای خالی عدد مناسب قرار دهید.

$$3^9 \div 3^{\boxed{4}} = 3^5$$

$$18^5 \div \boxed{6}^5 = 3^5$$

$$10^7 \div \boxed{10}^{\boxed{2}} = 10^5$$

$$5^3 \div \boxed{5}^{\boxed{3}} = 1$$

$$(5/6)^{10} \div (0/8)^{10} = \boxed{5}^{10}$$

$$64 \div 2^2 = 2^{\boxed{4}}$$

$$((2^6 \div 2^2) = 2^{\textcolor{red}{4}})$$



۳. کدام عبارت درست و کدام نادرست است؟ دلیل نادرستی آنها را بنویسید.

$$4^7 \div 4^5 = 1^2$$

$$\frac{5^8}{5^6} = 5^2$$

$$(-28)^5 \div 4^5 = 7^5$$

$$(10^7 \div 5^7) \times 2^3 = 2^{10}$$

$$(2^7 + 2^7) \div 2^3 = 2^{11}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^5 = a^5 \div b^5$$

ب. درست

$$4^7 \div 4^5 = 4^2$$

ت. درست

$$(-28)^5 \div 4^5 = (-7)^5$$

ج. درست

$$(2 \times 2^7) \div 2^3 = 2^8 \div 2^3 = 2^5$$

تمرینات



۱. حاصل هر یک از عبارت‌های زیر را به صورت توان دار بنویسید.

$$3^{12} \div 3^7$$

$$x^9 \div x^6$$

$$14^9 \div 2^9$$

$$\frac{26^5}{13^5}$$

$$(45^{17} \div 45^7) \div 15^{10}$$

$$3^{16} \div (3^5)^2$$

۲. الف. نصف عدد 2^{10} را به صورت توان دار بنویسید.

ب. ثلث عدد 9^5 را به صورت توان دار بنویسید.

۳. در جاهای خالی عدد مناسب قرار دهید.

$$5^8 = 5^{10} \div \boxed{}$$

$$7^8 = 6^{18} \div \boxed{}$$

$$\boxed{}^9 \div (-5)^9$$

$$a^{\boxed{}} \div a^5 = a^6$$

$$\frac{27^{11} \div 9^{11}}{\boxed{}} = 3^4$$

پاسخ تمرینات



$$9^5 \div 3 = (3^2)^5 \div 3 = 3^{10} \div 3 = 3^9$$

ب.

۱

$$\boxed{}^9 = 15^9$$

$$\boxed{}^8 = 9^8$$

ب.

الف.

$$\boxed{}^2 = 5^2$$

الف.

ب.

$$3^{\boxed{7}}$$

ث.

ت.

$$a^{\boxed{11}}$$

ت.

$$3^{16} \div 3^{10} = 3^6$$

$$x^3$$

$$2^5$$

$$45^{10} \div 15^{10} = 3^{10}$$

$$7^9$$

$$2^{10} \div 2 = 2^9$$

الف.



تمرینات مروری



۱. کدام گزینه نادرست است؟

الف. $-5^3 = -25$. ب.

الف. $(\frac{3}{4})^5 < 1^3$.

ت. $(4 \times 2)^3 = 4^3 \times 2^3$.

پ. $(3+7)^3 = 3^3 + 7^3$.

۲. حاصل عبارت $3 \times (3^5 + 3^5 + 3^5)$ به صورت تواندار کدام است؟

ت. 3^6

پ. 3^{16}

ب. 3^6

الف. 3^7

۳. حاصل هر یک از عبارت‌های زیر را به صورت تواندار بنویسید.

الف. $(5^8 \times 8^8) \div 4^8 =$

ب. $\frac{18^7 \div 9^7}{2^4 \times 2} =$

پ. $(4/5^8 \div 5^8) \times 9^8 =$

ت. $3^2 \div 2^7 =$

ث. $(\frac{15}{22})^7 \div (\frac{5}{33})^7 =$

ج. $4^6 \times 12^2 \times 3^6 =$

چ. $(a^7 \div a^5) \times a^4 =$

ح. $(ab^2)^5 \times a^3 b =$

۴. کدام عبارت درست و کدام نادرست است؟

الف. $(7^2)^5 \div 7^3 = 7^4$

ب. $3^3 + 4^0 - 5^1 = 2$

پ. $(a^3 b^2)^2 = a^6 b^4$

ت. $5^7 \times (\frac{1}{5})^4 = 5^3$

ث. $4^5 + 4^5 = 2^{12}$

ج. $(8^3)^4 = 2^{36}$

۵. عدد 3^{10} چند برابر عدد 3^8 است؟

۶. مقدار عددی عبارت‌های زیر را به ازای $a = -2$ و $b = 3$ به دست آورید.

الف. $\frac{2b^3 + a^3}{a^4 - 5}$

ب. $b^0 + a^b =$

پاسخ تمرینات مروری



$$\frac{2^7}{2^5} = 2^2$$

$$0/9^8 \times 9^8 = (8/1)^8$$

$$(2^5)^2 \div 2^7 = 2^{10} \div 2^7 = 2^3$$

$$\left(\frac{\cancel{2}^3}{\cancel{2}^4} \times \frac{\cancel{3}^3}{\cancel{3}^4}\right) = \left(\frac{9}{2}\right)^7$$

$$4^6 \times 12^2 \times 3^6 = 12^6 \times 12^2 = 12^8$$

- | | |
|----|--|
| ب. | <input type="checkbox"/> ۱ |
| پ. | <input type="checkbox"/> ۲ گزینه «پ» |
| ت. | <input type="checkbox"/> ۳ گزینه «الف» |
| ث. | <input type="checkbox"/> ۴ $(3^5 + 3^5 + 3^5) \times 3 = (3 \times 3^5) \times 3 = 3^6 \times 3 = 3^7$ |
| ج. | <input type="checkbox"/> ۵ الف. $4^8 \div 4^5 = 4^3$ |



ج. درست

$$a^2 \times a^4 = a^6$$

ج.

<5

عدد 3^10 ، نه برابر عدد 3^8 است.
 $3^{10} \div 3^8 = 3^2$

<6

$$\frac{2 \times 3^3 + (-2)^3}{(-2)^4 - 5} = \frac{2 \times 27 + (-8)}{16 - 5} = \frac{54 - 8}{11} = \frac{46}{11}$$

الف.

$$3^0 + (-2)^3 = 1 + (-8) = -7$$

ب.

$$a^5 \times b^{10} \times a^3 \times b = a^8 \times b^{11} = a^8 b^{11}$$

ح.

<4

$$7^{10} \div 7^3 = 7^7$$

الف. نادرست

$$9+1-5=5$$

ب. نادرست

پ. درست

ت. درست

ث. نادرست

$$4^5 + 4^5 = (2^2)^5 + (2^2)^5 = 2^{10} + 2^{10} = 2 \times 2^{10} = 2^{11}$$

کرسن ۳ چذر تقریبی

در سال گذشته یاد گرفتیم که جذر یعنی ریشه دوم یک عدد پس هر عدد دارای دو ریشه دوم است، مثلاً ریشه‌های دوم

۲۵ عبارت اند از ۵ و -۵ - زیرا $25 = 5^2$ و $25 = (-5)^2$. ریشه‌های ۲۵ را با $\sqrt{25}$ و $\sqrt[4]{25}$ نشان می‌دهند.

نکته

(ریشه دوم) مثبت هر عدد را با علامت $\sqrt{}$ نشان می‌دهیم. مثلاً: $\sqrt{4} = 2$ ، $\sqrt{16} = 4$

برای محاسبه جذر تقریبی هر عددی مانند ۱۸ ابتدا باید دو عدد مریع کامل قبل و بعد از ۱۸ را پیدا کنیم. یعنی این که

$$\sqrt{16} < \sqrt{18} < \sqrt{25}$$

عدد وسط ۴ و ۵ یعنی $4\frac{1}{2}$ را در نظر می‌گیریم، چون $20/25 = 4/5$ پس مجذور $4/5$ از ۱۸ بیشتر است. در نتیجه $\sqrt{18}$ از $4/5$ کمتر است. پس مجذورهای $4/1$ و $4/2$ و ... را به دست می‌آوریم و جدول زیر را کامل می‌کنیم.

عدد	$4/1$	$4/2$	$4/3$
مجذور	$16/81$	$17/64$	$18/49$

$$\sqrt{18} \approx 4/2$$

حالا اگر بخواهیم $\sqrt{18}$ را تا دو رقم اعشار حساب کنیم از عدد وسط $4/3$ و $4/2$ یعنی $4/25$ شروع می‌کنیم، یعنی مجذور عدد $4/25$ را به دست می‌آوریم، $18/25 = 0.64$ ؛ پس $\sqrt{18}$ از $4/25$ کمتر است.

عدد	$4/23$	$4/24$
مجذور	$17/8929$	$17/9776$

$$\sqrt{18} \approx 4/24$$



مثال

۱. حاصل هر یک از عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$\sqrt{81} = 9$$

$$-\sqrt{49} = -7$$

$$\sqrt{\frac{1}{100}} = \frac{1}{10}$$

$$\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3$$

۲. الف. $\sqrt{56}$ بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد؟

$$\sqrt{49} < \sqrt{56} < \sqrt{64} \Rightarrow 7 < \sqrt{56} < 8 \Rightarrow \text{بین } 7 \text{ و } 8$$

ب. $\sqrt{40}$ به ۶ نزدیک‌تر است یا به ۷ چرا؟ $\sqrt{40}$ به $\sqrt{36}$ نزدیک‌تر است.

$$\sqrt{36} < \sqrt{40} < \sqrt{49} \Rightarrow 6 < \sqrt{40} < 7$$

۳. جذر تقریبی $\sqrt{53}$ را تا یک رقم اعشار به دست آورید.

پاسخ: با توجه به این که $\sqrt{49} < \sqrt{53} < \sqrt{64}$ یعنی $7 < \sqrt{53} < 8$ است پس $7/5$ را که وسط ۷ و ۸ است در نظر می‌گیریم. مجدور $7/5$ برابر است با $25/25 = 5/5$. در نتیجه $\sqrt{53}$ از $7/5$ کم‌تر است. با کامل کردن جدول زیر $\sqrt{53}$ را حساب می‌کنیم.

عدد	$7/1$	$7/2$	$7/3$
مجدور	$50/41$	$51/49$	$53/29$

$$\sqrt{53} \approx 7/2$$

تمرینات



۱. کدام عبارت درست و کدام نادرست است؟

(الف) $\sqrt{-25} = -5$

(ب) $\sqrt{62} > 8$

(پ) $\sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$

(ت) $\sqrt{4 \times 9} = 2 \times 3$

(ث) $-\sqrt{36} = 6$

(ج) $(\sqrt{10})^2 = 10$

۲. با توجه به جدول زیر، مقدار $\sqrt{33}$ کدام است؟

عدد	$5/6$	$5/7$	$5/8$
مجدور	$31/36$	$32/49$	$33/64$

$$\sqrt{33} \approx$$

۳. جذر تقریبی هر یک از عده‌های زیر را به دست آورید.

(الف) $\sqrt{76} \approx$

(ب) $\sqrt{15} \approx$

۴. دو عدد طبیعی بین $\sqrt{22}$ و $\sqrt{50}$ بنویسید.

۵. نقطه مشخص شده روی محور زیر به کدام یک از عده‌های داده شده نزدیک‌تر است؟



$$\sqrt{48}, \sqrt{62}, -\sqrt{51}, \sqrt{52}$$



$$2 < \sqrt{15} < 4 \Rightarrow (\frac{3}{5})^2 = 12/25 \Rightarrow \sqrt{15} > \frac{3}{5}$$

عدد	$\frac{3}{6}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{9}$
مجزور	$12/96$	$13/69$	$14/44$	$15/21$

$$\sqrt{15} \approx \frac{3}{8}$$

$$\sqrt{22} < x < \sqrt{50} \rightarrow x = 7, 6, 5$$

$$\sqrt{22} < 5 \quad \sqrt{50} > 7$$

به $\sqrt{52}$ نزدیکتر است.

الف. نادرست، عددهای منفی جذر ندارند.

ب. نادرست، $7 < \sqrt{62} < 8$

پ. درست

ت. درست

ث. نادرست، $-\sqrt{36} = -6$

ج. درست

$$\sqrt{33} \approx \frac{5}{7}$$

$$8 < \sqrt{76} < 9 \Rightarrow (\frac{8}{5})^2 = 72/25 \Rightarrow \sqrt{76} > \frac{8}{5}$$

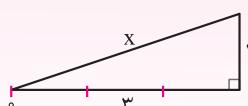
عدد	$\frac{8}{6}$	$\frac{8}{7}$	$\frac{8}{8}$
مجزور	$73/96$	$75/69$	$77/44$

درسن ۳ نمایش اعداد رادیکالی روی محور اعداد

با توجه به این که قبلاً رابطه فیثاغورس را یاد گرفتیم پس به کمک مثلث قائم‌الزاویه و استفاده از رابطه فیثاغورس می‌توانیم عدهای رادیکالی را روی محور نمایش دهیم. برای این کار باید مثلث قائم‌الزاویه‌ای بسازیم که وتر آن به اندازه عدد رادیکالی داده شده باشد، سپس دهانه پرگار را به اندازه وتر این مثلث باز می‌کنیم و با کمان زدن روی محور جای عدد رادیکالی مشخص می‌شود. به یک مثال توجه کنید.

مثال

می‌خواهیم جای $\sqrt{10}$ را مشخص کنیم. می‌دانیم که مربع کامل کوچک‌تر از 10 عدد 9 است. پس مثلث قائم‌الزاویه‌ای در نظر می‌گیریم که یک ضلع آن 3 و ضلع دیگر آن 1 باشد.

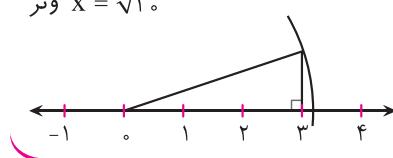


$$x^2 = 3^2 + 1^2 = 9 + 1 = 10$$

$$x = \sqrt{10}$$

با توجه به رابطه فیثاغورس داریم:

حال دهانه پرگار را به اندازه وتر این مثلث باز می‌کنیم و به مرکز صفر یک کمان می‌زنیم تا جای $\sqrt{10}$ روی محور مشخص شود.

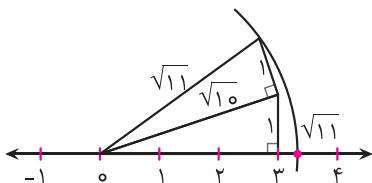




توجه

باید واحدهای اندازه‌گیری ضلع‌های قائمه مثلث با واحدهای (وی مدور یکسان باشند). در مثال اگر می‌خواستیم $\sqrt{11}$ را مشخص کنیم باید روی مثلث قبلی یک مثلث قائم‌الزاویه دیگر نیز رسم کنیم که

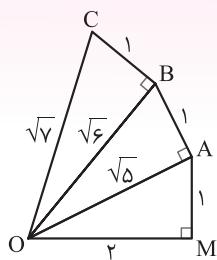
یکی از ضلع‌های قائمه آن ۱ و ضلع قائمه دیگرش وتر مثلث قبلی باشد.



مثال

۱. عدهای $\sqrt{6}$ و $\sqrt{7}$ را روی محور زیر نشان دهید.

پاسخ: با توجه به این که $\sqrt{4} < \sqrt{6} < \sqrt{7}$ یعنی $2 < \sqrt{6} < \sqrt{7}$ است، مثلث قائم‌الزاویه‌ای به اضلاع قائمه ۲ و ۱ رسم می‌کنیم.



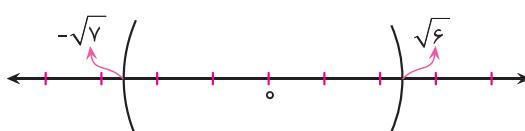
$$\overline{OA}^2 = 2^2 + 1^2 = 4 + 1 = 5 \Rightarrow \overline{OA} = \sqrt{5}$$

$$\overline{OB}^2 = \sqrt{5}^2 + 1^2 = 5 + 1 = 6 \Rightarrow \overline{OB} = \sqrt{6}$$

$$\overline{OC}^2 = \sqrt{6}^2 + 1^2 = 6 + 1 = 7 \Rightarrow \overline{OC} = \sqrt{7}$$

برای مشخص کردن $\sqrt{6}$ روی محور دهانه پرگار را به اندازه \overline{OB} باز کرده و به مرکز صفر یک کمان در قسمت مثبت محور می‌زنیم.

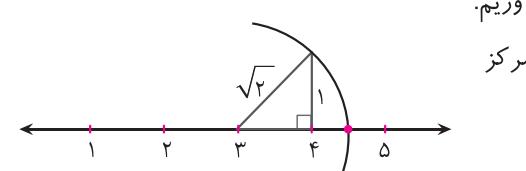
برای مشخص کردن $\sqrt{7}$ روی محور دهانه پرگار را به اندازه \overline{OC} باز کرده و به مرکز صفر، یک کمان در قسمت منفی محور می‌زنیم.



۲. عدد $\sqrt{2} + 3$ را روی محور نمایش دهید.

پاسخ: ابتدا اندازه $\sqrt{2}$ را به کمک مثلث مقابله به دست می‌آوریم.

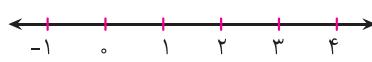
سپس دهانه پرگار را به اندازه $\sqrt{2}$ باز می‌کنیم و به مرکز عدد ۳ و به سمت مثبت‌ها یک کمان می‌زنیم.



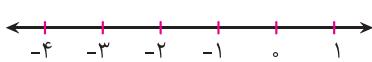


۱. عددهای $\sqrt{5}$, $\sqrt{2}$ و $-\sqrt{3} + \sqrt{11}$ را روی هر یک از محورهای زیر نمایش دهید.

$$\sqrt{5}:$$



$$-\sqrt{3} + \sqrt{11}:$$

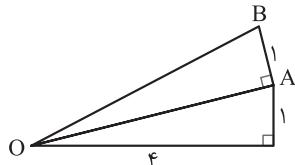


$$\sqrt{11}:$$

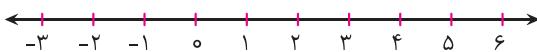


۲. الف. عدد $(-\sqrt{7} - 3)$ بین کدام دو عدد صحیح متولی قرار دارد؟

ب. با توجه به شکل مقابل اندازه \overline{OB} چقدر است؟



۳. عدد $1 - \sqrt{18}$ و $1 + \sqrt{18}$ را روی محور زیر نمایش دهید.



الف. عدد $-\sqrt{7} - 3$ بین صفر و ۱ قرار دارد پس $-\sqrt{7} < 3$ بین صفر و ۱ قرار دارد؟

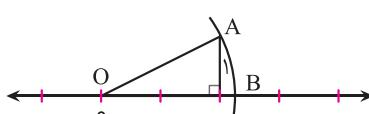
ب. $\overline{OA}^2 = 1^2 + 1^2 = 1 + 1 = 2$ و $\overline{OB}^2 = (\sqrt{17})^2 + 1^2 = 17 + 1 = 18$

$$\overline{OA} = \sqrt{2}$$

$$\overline{OB} = \sqrt{18}$$

$$\overline{OB} = \sqrt{18}$$

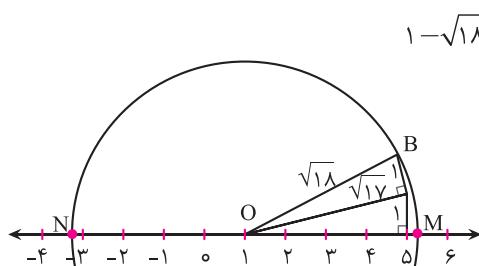
$$\sqrt{5}: \overline{OA}^2 = 1^2 + 1^2 = 1 + 1 = 2 \Rightarrow \overline{OA} = \sqrt{2}$$



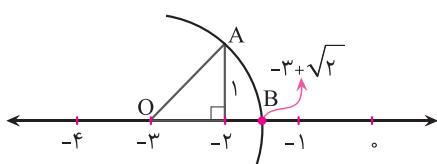
پاسخ تمرینات



نقطه $M: 1 + \sqrt{18}$ و نقطه $N: 1 - \sqrt{18}$ را روی محور زیر نمایش دهید.



$$-\sqrt{3} + \sqrt{2}: \overline{OA}^2 = 1^2 + 1^2 = 1 + 1 = 2 \Rightarrow \overline{OA} = \sqrt{2}$$



نقطه B نشان‌دهنده $-3 + \sqrt{2}$ است.



الف. $\sqrt{7}$ بین ۲ و ۳ است.



۵

خواص ضرب و تقسیم رادیکال‌ها

درسن

اگر بین دو عدد رادیکالی علامت ضرب یا تقسیم باشد می‌توانیم آن‌ها را زیر یک رادیکال بنویسیم و برعکس. (اگر دو عدد در زیر یک رادیکال باشند و بین آن‌ها علامت ضرب یا تقسیم باشد می‌توانیم آن‌ها را از هم جدا کنیم).

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad (b \neq 0)$$

$$\sqrt{49 \times 25} = \sqrt{49} \times \sqrt{25} = 7 \times 5 = 35$$

$$\sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{16}} = \frac{1}{4}$$

$$\sqrt{3} \times \sqrt{12} = \sqrt{3 \times 12} = \sqrt{36} = 6$$

خاصیت فوق برای جمع و تفریق (رادیکال‌ها) برقرار نیست.

$$\sqrt{a + b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$$



۱. اگر دو عدد در زیر یک رادیکال باشند و بین آن‌ها علامت جمع یا تفریق باشد باید ابتدا حاصل جمع یا تفریق را به دست آوریم و سپس جذر بگیریم.

$$\sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3$$

۲. بعضی از رادیکال‌ها را می‌توانیم به صورت ساده‌تر بنویسیم به این ترتیب که عدد زیر رادیکال را به صورت ضرب دو عدد بنویسیم به طوری که یکی از آن‌ها جذر دقیق داشته باشد.

$$\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{25} \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

$$\sqrt{40} = \sqrt{4 \times 10} = \sqrt{4} \times \sqrt{10} = 2\sqrt{10}$$

$$\sqrt{18} = \sqrt{2 \times 9} = \sqrt{9} \times \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$



نکته

مثال

حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$\sqrt{64 \times 9} = \sqrt{64} \times \sqrt{9} = 8 \times 3 = 24$$

$$\sqrt{\frac{81}{100}} = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{100}} = \frac{9}{10}$$

$$\sqrt{5 \times 20} = \sqrt{5 \times 2 \times 10} = \sqrt{100} = 10$$

$$\sqrt{\frac{9 \times 64}{100}} = \frac{3 \times 8}{10} = \frac{24}{10} = 2.4$$



الف) $\sqrt{3} \times \sqrt{27} =$

ب) $\sqrt{\frac{8}{2}} =$

۱. حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

ت) $\sqrt{121 \times 25} =$

ث) $\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}} =$

پ) $\sqrt{0/25} =$

ج) $\sqrt{\frac{9+16}{49}} =$

ج) $\sqrt{\frac{15}{\gamma}} \times \sqrt{\frac{\gamma}{6}} =$

ح) $\sqrt{100-64} =$

۲. مانند نمونه، هر عبارت را به ساده‌ترین صورت بنویسید.

$\sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = 2\sqrt{5}$

الف) $\sqrt{45} =$

ب) $\sqrt{200} =$

پ) $\sqrt{75} =$

ت) $\sqrt{54} =$

الف) $\sqrt{\frac{\square}{\square}} = \frac{5}{4}$

ب) $-\sqrt{\frac{\square}{\square}} = -\frac{3}{7}$

پ) $\frac{\sqrt{\square}}{5} = \frac{9}{5}$

ت) $\sqrt{\frac{\square}{\square}} = \frac{1}{20}$

۳. در جاهای خالی عدد مناسب قرار دهید.

$\sqrt{100-64} = \sqrt{36} = 6$

ح.

الف) $\sqrt{3} \times \sqrt{27} = \sqrt{81} = 9$

.الف.

ب) $\sqrt{\frac{8}{2}} = \sqrt{4} = 2$

.ب.

پ) $\sqrt{0/25} = 0/5$

.پ.

ت) $\sqrt{121 \times 25} = \sqrt{121} \times \sqrt{25} = 11 \times 5 = 55$

.ت.

ث) $\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{75}{3}} = \sqrt{25} = 5$

.ث.

الف) $\sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5} = 3\sqrt{5}$

الف.

ب) $\sqrt{200} = \sqrt{100 \times 2} = 10\sqrt{2}$

ب.

پ) $\sqrt{75} = \sqrt{25 \times 3} = 5\sqrt{3}$

پ.

ت) $\sqrt{54} = \sqrt{9 \times 6} = 3\sqrt{6}$

ت.

ب) $-\sqrt{\frac{9}{49}} = -\frac{3}{7}$

الف) $\sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{5}{4}$

.ب.

پ) $\sqrt{\frac{81}{5}} = \frac{9}{5}$

ج) $\sqrt{\frac{9+16}{49}} \sqrt{\frac{25}{49}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{49}} = \frac{5}{7}$

.ج.

ت) $\sqrt{\frac{1}{400}} = \frac{1}{20}$

ج) $\sqrt{\frac{15}{7}} \times \sqrt{\frac{7}{6}} = \sqrt{\frac{15}{7} \times \frac{7}{6}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}$



تمرینات مروری



۱. جذر تقریبی عدد $\sqrt{94}$ را به دست آورید.
۲. $\sqrt{57}$ بین کدام دو عدد طبیعی متوالی قرار دارد؟
۳. جذر تقریبی عدد $\sqrt{110}$ را تا دو رقم اعشار به دست آورید.
۴. عدد $\sqrt{5} - 2$ را روی محور نشان دهید.
۵. حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف $\sqrt{0 / 49 \times 9}$

ب $\sqrt{\frac{25 \times 49}{121}} =$

(ب) $\sqrt{36 \times 81 \times 121}$

(ت) $\sqrt{\frac{2 \times 32}{3 \times 27}} =$

۶. $\sqrt{59}$ بزرگ‌تر است یا $\sqrt{16} + \sqrt{25}$

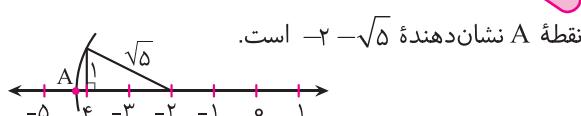
پاسخ تمرینات مروری



$\sqrt{110}$ به $10 / 5$ نزدیک‌تر است. پس داریم:

عدد	$10 / 50$	$10 / 49$	$10 / 48$
مجدور	$110 / 25$	$110 / 0.49$	$109 / 830.4$

$\sqrt{110} \approx 10 / 48$



الف.

$$\sqrt{0 / 49 \times 9} = \sqrt{0 / 0.1} \times \sqrt{49} \times \sqrt{9} = 0 / 1 \times 7 \times 3 = 2 / 1$$

ب.

$$\sqrt{36 \times 81 \times 121} = \sqrt{36} \times \sqrt{81} \times \sqrt{121} = 6 \times 9 \times 11 = 594$$

$$\sqrt{\frac{25 \times 49}{121}} = \sqrt{\frac{25 \times 49}{121}} = \frac{5 \times 7}{11} = \frac{35}{11}$$

پ.

$$\sqrt{\frac{3 \times 32}{3 \times 27}} = \sqrt{\frac{64}{81}} = \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{81}} = \frac{8}{9}$$

ت.

$\sqrt{59}$ بین ۷ و ۸ است. یعنی از ۷ بزرگ‌تر و از ۸ کوچک‌تر است. اما $\sqrt{16} + \sqrt{25} = 4 + 5 = 9$ می‌شود. در نتیجه از $\sqrt{16} + \sqrt{25}$ کوچک‌تر است.

۱ $\sqrt{81} < \sqrt{94} < \sqrt{100}$ $(9 / 5)^2 = 90 / 25$

از $9 / 5$ بزرگ‌تر است. پس داریم:

عدد	$9 / 6$	$9 / 7$	$9 / 8$
مجدور	$92 / 16$	$94 / 0.9$	$96 / 0.4$

۲ $\sqrt{94} \approx 9 / 6$

$\sqrt{49} < \sqrt{57} < \sqrt{64}$ بین ۷ و ۸ قرار دارد.

۳ $7 < \sqrt{57} < 8$

۴ $\sqrt{100} < \sqrt{110} < \sqrt{121}$

$10 < \sqrt{110} < 11$

$10 / 5^2 = 110 / 25$

عدد	$10 / 5$	$10 / 4$
مجدور	$110 / 25$	$108 / 16$

۵ $10 / 4 < \sqrt{110} < 10 / 5$



تمرین‌های تعمیلی فصل هفتم

۱. مکعب مجذور $2a$ را به دست آورید.

۲. اگر $A = 8^{70}$ باشد، نصف و ربع A را به صورت یک عدد توان دار بنویسید.

۳. حاصل عبارت‌های زیر را به صورت یک عدد توان دار بنویسید.

$$(2^3)^4 =$$

$$2^{3^4} =$$

$$\frac{2^{70} + 2^{50}}{2^{60} + 2^{40}} =$$

$$2^{100} + 2^{100} + 2^{101} + 2^{102} + 2^{103} =$$

$$\frac{2^{500} - 2^{499}}{13 \times 2^{96} - 5 \times 2^{96}} =$$

۴. اگر $27^x = 81$ باشد، مقدار x را به دست آورید.

$$[(3^2)^3]^{x-3} = 1$$

۵. در تساوی مقابل مقدار x را به دست آورید.

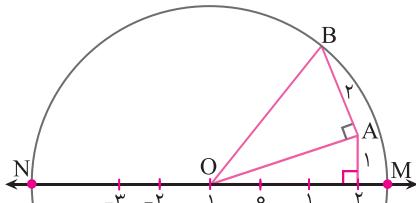
۶. حاصل $\sqrt[7]{54000}$ را با استفاده از تجزیه به عامل‌های اول به ساده‌ترین صورت بنویسید.

۷. حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$(الف) 2\sqrt{50} + 4\sqrt{22} =$$

$$(ب) 3\sqrt{20} + 4\sqrt{45} - 2\sqrt{80} =$$

۸. در شکل زیر به مرکز O و شعاع OB کمانی زده‌ایم که محور را در نقاط M و N قطع کرده است. نقاط M و N چه اعدادی را نشان می‌دهند؟





پاسخ تمرین‌های تکمیلی فصل هفتم



$$\begin{aligned}\sqrt{54000} &= \sqrt{2^4 \times 3^3 \times 5^3} = \sqrt{2^4 \times 3^2 \times 3 \times 5^2 \times 5} \\ &= 2^2 \times 3 \times 5 \times \sqrt{3 \times 5} = 60\sqrt{15}\end{aligned}$$

<6

$$\begin{aligned}2\sqrt{5} + 4\sqrt{32} &= 2\sqrt{2 \times 5^2} + 4\sqrt{2^4 \times 2} \\ &= 2 \times 5 \times \sqrt{2} + 4 \times 2^2 \times \sqrt{2} = 10\sqrt{2} + 16\sqrt{2} = 26\sqrt{2}\end{aligned}$$

<7

$$\begin{aligned}3\sqrt{2} + 4\sqrt{45} + 2\sqrt{10} &= 3\sqrt{2^2 \times 5} \\ + 4\sqrt{2^2 \times 5} + 2\sqrt{2^4 \times 5} &= 3 \times 2\sqrt{5} + 4 \times 2\sqrt{5} \\ + 2 \times 2^2 \sqrt{5} &= 6\sqrt{5} + 12\sqrt{5} - 8\sqrt{5} = 10\sqrt{5}\end{aligned}$$

ب.

<8

$$\begin{aligned}\overline{OA}^2 &= 1^2 + 3^2 = 1 + 9 = 10 \rightarrow \overline{OA} = \sqrt{10}. \\ \overline{OB}^2 &= (\sqrt{10})^2 + 2^2 = 10 + 4 = 14 \rightarrow \overline{OB} = \sqrt{14} \\ M \text{ نقطه} &: = -1 + \sqrt{14} \\ N \text{ نقطه} &: = -1 - \sqrt{14}\end{aligned}$$

ابتدا مجذور $2a$ را محاسبه می‌کنیم، سپس مکعب حاصل را به دست می‌آوریم.

$$(2a)^3 = 4a^2 \Rightarrow (4a^2)^3 = 64a^6$$

$$A : \frac{A}{2} = \frac{\lambda^{70}}{2} = \frac{(2^3)^{70}}{2} = \frac{2^{210}}{2} = 2^{209}$$

$$A : \frac{A}{4} = \frac{\lambda^{70}}{4} = \frac{2^{210}}{2^2} = 2^{208}$$

$$(2^3)^4 = 2^{12} \quad \text{الف.}$$

$$2^{34} = 2^{11} \quad \text{ب.}$$

$$\frac{2^{70} + 2^{50}}{2^{60} + 2^{40}} = \frac{2^{50} \cancel{(2^{20} + 1)}}{2^{40} \cancel{(2^{20} + 1)}} = \frac{2^{50}}{2^{40}} = 2^1. \quad \text{پ.}$$

$$\begin{aligned}&\underbrace{2^{100} + 2^{100}}_{2 \times 2^{100}} + 2^{10} + 2^{10} + 2^{10} \\ &= \underbrace{2^{10} + 2^{10}}_{2 \times 2^{10}} + 2^{10} + 2^{10} \\ &= 2^{10} + 2^{10} = 2 \times 2^{10} = 2^{10} \quad \text{ت.}\end{aligned}$$

$$\frac{2^{500} - 2^{499}}{13 \times 2^{96} - 5 \times 2^{96}} = \frac{2^{499}(2-1)}{2^{96}(13-5)} = \frac{2^{499}}{2^{96} \times 8} \quad \text{ث.}$$

$$= \frac{2^{499}}{2^{96} \times 2^3} = \frac{2^{499}}{2^{99}} = 2^4. \quad \text{ج.}$$

$$27^x = 81 \Rightarrow (3^3)^x = 3^4 \Rightarrow 3^{3x} = 3^4$$

$$\Rightarrow 3x = 4 \Rightarrow x = \frac{4}{3}$$

$$[(3^2)^3]^{x-3} = 1 \Rightarrow (3^6)^{x-3} = 3^{6x-18} = 1$$

چون که حاصل برابر یک است پس توان ۳ باید برابر صفر باشد لذا:



تمرین‌های دوره‌ای فصل هفتم

۱. جمله‌های درست را با ✓ و جمله‌های نادرست را با ✗ مشخص کنید.

الف. حاصل $\left(\frac{3}{4}\right)^0$ برابر با صفر است.

ب. حاصل $3^7 + 3^7 = 2 \cdot 3^7$ برابر است با $(2+3)^7$.

پ. حجم مکعبی به ضلع $3a$ برابر با $27a^3$ می‌باشد.

ت. $\sqrt[6]{40}$ بین دو عدد ۵ و ۶ قرار دارد.

جاهای خالی را با کلمه یا عدد مناسب پر کنید.

الف. ۸ برابر عدد 2^5 به صورت عدد توان دار برابر است با

ب. حاصل عبارت $[ab]^3$ برابر است با

پ. حاصل عبارت $(100 \div 2^5 + 3^2 \times 8^\circ)$ برابر است با

ت. حاصل عبارت $\sqrt{2 \times 16} - \sqrt{49}$ برابر است با

۲. در پرسش‌های زیر گزینه صحیح را انتخاب کنید.

الف. کدام عدد جذر دقیق ندارد؟

۱۲۵ (۴)

۱۶۹ (۳)

۶۴ (۲)

۱۲۱ (۱)

ب. مقدار عددی عبارت مقابله ازی $x = 1$ ، $y = 4$ و $z = -2$ کدام است؟

$\frac{-35}{3}$ (۴)

-۷ (۳)

$\frac{27}{5}$ (۲)

۷ (۱)

پ. نصف عدد 2^{5x-2} به صورت توان دار کدام است؟

2^{5x} (۴)

2^{5x-3} (۳)

2^{5x-2} (۲)

2^{5x-1} (۱)

ت. ساده شده عبارت $\frac{(x^3)^4 \times x^5}{x^7}$ کدام است؟

x^{19} (۴)

x^1 (۳)

x^5 (۲)

x^{10} (۱)

۴. حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$(2^4)^0 + 7^2 \div 5^3 =$$

$$\frac{-3^2}{5} \div \frac{3^3}{15} + 4^2 =$$

۵. در جای خالی عدد مناسب بنویسید.

$$2 \boxed{} \times 2^3 = 2^{11}$$

$$\boxed{}^3 \times 4 = 4^7$$

$$a^{x+2} = a \boxed{} \times a^2$$

۶. هر یک از عده‌های زیر را به صورت یک عدد توان دار بنویسید.

$$\frac{1024}{512} =$$

$$\frac{625}{3125} =$$



۷. عددهای زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

$$156^\circ, ((4)^2)^2, -5^2, (-3)^2, 8^7, \left(\frac{1}{5}\right)^4$$

۸. حاصل عبارت مقابله به صورت توان دار چیست؟

$$2^3 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + \dots + 2^{10} =$$

۹. مقدار عددی عبارت زیر را به ازای $a = -1$, $b = 2$ و $c = 0$ به دست آورید.

$$\frac{-5a - 3b + 7c}{b^2 - (-1)^{b+c}} =$$

۱۰. پنج عدد بین $\sqrt{7}$ و $\sqrt{11}$ بنویسید.

۱۱. دو عدد طبیعی بین $\sqrt{121}$ و $\sqrt{196}$ بنویسید.

۱۲. در جاهای خالی علامت مناسب قرار دهید. ($<= >$)

(الف) $\sqrt{41} - 3 \boxed{} \sqrt{73} - 2^\circ$

(ب) $\sqrt{49} - 24 \boxed{} (\sqrt{10})^2$

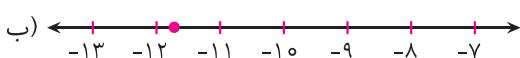
(پ) $\sqrt{6 \frac{1}{4}} \boxed{} 2/5$

(ت) $\sqrt{21} \boxed{} 3 \frac{1}{2}$

۱۳. نقطه مشخص شده روی محور به نمایش کدامیک از عددهای داده شده نزدیک‌تر است؟



$$\sqrt{18}, \sqrt{23}, \sqrt{20}, \sqrt{27}$$



$$-\sqrt{125}, -\sqrt{149}, -\sqrt{140}, -\sqrt{133}$$

۱۴. عددهای $\sqrt{2}$ و $-\sqrt{3}$ را روی محور اعداد نمایش دهید.

۱۵. مساحت مربعی با مساحت مستطیلی به طول ۱۶ و عرض ۴ برابر است. طول ضلع مربع را بیابید.

۱۶. مقدار هر یک از جذرها زیر را حساب کنید.

(الف) $\sqrt{36} - \sqrt{9} =$

(ب) $-\sqrt{3 \times 27} =$

(پ) $\sqrt{-\left(-\frac{81}{25}\right)} =$

(ت) $-\sqrt{\frac{7}{8} - \frac{5}{16}} =$

۱۷. در جای خالی عدد مناسب بنویسید.

(الف) $\sqrt{36 \div \boxed{}} = 3$

(ب) $\frac{45}{\sqrt{\boxed{}}} = 15$

۱۸. مقدار تقریبی عدد $\sqrt{425}$ را تا یک رقم اعشار به دست آورید.

۱۹. جذر عدد ۱۲۹ را تا دو رقم اعشار به دست آورید.

$-5^2 < \left(\frac{1}{5}\right)^4 < 156^\circ < (-3)^2 < (4^2)^2 < 8^7$

$$2^3 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + \dots + 2^{10} = 2^{10+1}$$

$$\begin{array}{l} 2 \times 2^3 = 2^4 \\ 2 \times 2^4 = 2^5 \end{array}$$

$$2 \times 2^5 = 2^6$$

$$\frac{-5(-1) - 3^2 + 7^\circ}{2^2 - (-1)^{2+0}} = \frac{5 - 9 + 1}{4 - (+1)} = \frac{-3}{3} = -1$$

$$\sqrt{7} < \underbrace{\sqrt{8}, \sqrt{9}, \sqrt{10}}_{\text{بی شمار جواب وجود دارد.}}, \sqrt{11/3}, \sqrt{11/2} < \sqrt{11}$$

$$\sqrt{121} = 11, \sqrt{196} = 14 \Rightarrow 13, 12$$

$$\sqrt{41} - 3 \boxed{<} \sqrt{23} - 2^\circ$$

$$\sqrt{49} - 24 \boxed{<} (\sqrt{10})^2$$

$$\sqrt{\frac{1}{2}} \boxed{=} \frac{2}{5}$$

$$\sqrt{21} \boxed{>} \frac{3}{2}$$

$$-\sqrt{14} \circ \quad \text{ب.}$$

راہبرد الگویابی

$$2^3 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + \dots + 2^{10} = 2^{10+1}$$

$$2 \times 2^3 = 2^4$$

$$2 \times 2^4 = 2^5$$

$$2 \times 2^5 = 2^6$$

$$2 \times 2^6 = 2^7$$

$$2 \times 2^7 = 2^8$$

$$2 \times 2^8 = 2^9$$

$$2 \times 2^9 = 2^{10}$$

$$2 \times 2^{10} = 2^{11}$$

$$2 \times 2^{11} = 2^{12}$$

$$2 \times 2^{12} = 2^{13}$$

$$2 \times 2^{13} = 2^{14}$$

$$2 \times 2^{14} = 2^{15}$$

$$2 \times 2^{15} = 2^{16}$$

$$2 \times 2^{16} = 2^{17}$$

$$2 \times 2^{17} = 2^{18}$$

$$2 \times 2^{18} = 2^{19}$$

$$2 \times 2^{19} = 2^{20}$$

$$2 \times 2^{20} = 2^{21}$$

$$2 \times 2^{21} = 2^{22}$$

$$2 \times 2^{22} = 2^{23}$$

$$2 \times 2^{23} = 2^{24}$$

$$2 \times 2^{24} = 2^{25}$$

$$2 \times 2^{25} = 2^{26}$$

$$2 \times 2^{26} = 2^{27}$$

$$2 \times 2^{27} = 2^{28}$$

$$2 \times 2^{28} = 2^{29}$$

$$2 \times 2^{29} = 2^{30}$$

$$2 \times 2^{30} = 2^{31}$$

$$2 \times 2^{31} = 2^{32}$$

$$2 \times 2^{32} = 2^{33}$$

$$2 \times 2^{33} = 2^{34}$$

$$2 \times 2^{34} = 2^{35}$$

$$2 \times 2^{35} = 2^{36}$$

$$2 \times 2^{36} = 2^{37}$$

$$2 \times 2^{37} = 2^{38}$$

$$2 \times 2^{38} = 2^{39}$$

$$2 \times 2^{39} = 2^{40}$$

$$2 \times 2^{40} = 2^{41}$$

$$2 \times 2^{41} = 2^{42}$$

$$2 \times 2^{42} = 2^{43}$$

$$2 \times 2^{43} = 2^{44}$$

$$2 \times 2^{44} = 2^{45}$$

$$2 \times 2^{45} = 2^{46}$$

$$2 \times 2^{46} = 2^{47}$$

$$2 \times 2^{47} = 2^{48}$$

$$2 \times 2^{48} = 2^{49}$$

$$2 \times 2^{49} = 2^{50}$$

$$2 \times 2^{50} = 2^{51}$$

$$2 \times 2^{51} = 2^{52}$$

$$2 \times 2^{52} = 2^{53}$$

$$2 \times 2^{53} = 2^{54}$$

$$2 \times 2^{54} = 2^{55}$$

$$2 \times 2^{55} = 2^{56}$$

$$2 \times 2^{56} = 2^{57}$$

$$2 \times 2^{57} = 2^{58}$$

$$2 \times 2^{58} = 2^{59}$$

$$2 \times 2^{59} = 2^{60}$$

$$2 \times 2^{60} = 2^{61}$$

$$2 \times 2^{61} = 2^{62}$$

$$2 \times 2^{62} = 2^{63}$$

$$2 \times 2^{63} = 2^{64}$$

$$2 \times 2^{64} = 2^{65}$$

$$2 \times 2^{65} = 2^{66}$$

$$2 \times 2^{66} = 2^{67}$$

$$2 \times 2^{67} = 2^{68}$$

$$2 \times 2^{68} = 2^{69}$$

$$2 \times 2^{69} = 2^{70}$$

$$2 \times 2^{70} = 2^{71}$$

$$2 \times 2^{71} = 2^{72}$$

$$2 \times 2^{72} = 2^{73}$$

$$2 \times 2^{73} = 2^{74}$$

$$2 \times 2^{74} = 2^{75}$$

$$2 \times 2^{75} = 2^{76}$$

$$2 \times 2^{76} = 2^{77}$$

$$2 \times 2^{77} = 2^{78}$$

$$2 \times 2^{78} = 2^{79}$$

$$2 \times 2^{79} = 2^{80}$$

$$2 \times 2^{80} = 2^{81}$$

$$2 \times 2^{81} = 2^{82}$$

$$2 \times 2^{82} = 2^{83}$$

$$2 \times 2^{83} = 2^{84}$$

$$2 \times 2^{84} = 2^{85}$$

$$2 \times 2^{85} = 2^{86}$$

$$2 \times 2^{86} = 2^{87}$$

$$2 \times 2^{87} = 2^{88}$$

$$2 \times 2^{88} = 2^{89}$$

$$2 \times 2^{89} = 2^{90}$$

$$2 \times 2^{90} = 2^{91}$$

$$2 \times 2^{91} = 2^{92}$$

$$2 \times 2^{92} = 2^{93}$$

$$2 \times 2^{93} = 2^{94}$$

$$2 \times 2^{94} = 2^{95}$$

$$2 \times 2^{95} = 2^{96}$$

$$2 \times 2^{96} = 2^{97}$$

$$2 \times 2^{97} = 2^{98}$$

$$2 \times 2^{98} = 2^{99}$$

$$2 \times 2^{99} = 2^{100}$$

$$2 \times 2^{100} = 2^{101}$$

$$2 \times 2^{101} = 2^{102}$$

$$2 \times 2^{102} = 2^{103}$$

$$2 \times 2^{103} = 2^{104}$$

$$2 \times 2^{104} = 2^{105}$$

$$2 \times 2^{105} = 2^{106}$$

$$2 \times 2^{106} = 2^{107}$$

$$2 \times 2^{107} = 2^{108}$$

$$2 \times 2^{108} = 2^{109}$$

$$2 \times 2^{109} = 2^{110}$$

$$2 \times 2^{110} = 2^{111}$$

$$2 \times 2^{111} = 2^{112}$$

$$2 \times 2^{112} = 2^{113}$$

$$2 \times 2^{113} = 2^{114}$$

$$2 \times 2^{114} = 2^{115}$$

$$2 \times 2^{116} = 2^{117}$$

$$2 \times 2^{118} = 2^{119}$$

$$2 \times 2^{120} = 2^{121}$$

$$2 \times 2^{122} = 2^{123}$$

$$2 \times 2^{124} = 2^{125}$$

$$2 \times 2^{126} = 2^{127}$$

$$2 \times 2^{128} = 2^{129}$$

$$2 \times 2^{130} = 2^{131}$$

$$2 \times 2^{132} = 2^{133}$$

$$2 \times 2^{134} = 2^{135}$$

$$2 \times 2^{136} = 2^{137}$$

$$2 \times 2^{138} = 2^{139}$$

$$2 \times 2^{140} = 2^{141}$$

$$2 \times 2^{142} = 2^{143}$$

$$2 \times 2^{144} = 2^{145}$$

$$2 \times 2^{146} = 2^{147}$$

$$2 \times 2^{148} = 2^{149}$$

$$2 \times 2^{149} = 2^{150}$$

$$2 \times 2^{151} = 2^{152}$$

$$2 \times 2^{153} = 2^{154}$$

$$2 \times 2^{155} = 2^{156}$$

$$2 \times 2^{157} = 2^{158}$$

$$2 \times 2^{159} = 2^{160}$$

$$2 \times 2^{161} = 2^{162}$$

$$2 \times 2^{163} = 2^{164}$$

$$2 \times 2^{165} = 2^{166}$$

$$2 \times 2^{167} = 2^{168}$$

$$2 \times 2^{169} = 2^{170}$$

$$2 \times 2^{171} = 2^{172}$$

$$2 \times 2^{173} = 2^{174}$$

$$2 \times 2^{175} = 2^{176}$$

$$2 \times 2^{177} = 2^{178}$$

$$2 \times 2^{179} = 2^{180}$$

$$2 \times 2^{181} = 2^{182}$$

$$2 \times 2^{183} = 2^{184}$$

$$2 \times 2^{185} = 2^{186}$$

$$2 \times 2^{187} = 2^{188}$$

$$2 \times 2^{189} = 2^{190}$$

$$2 \times 2^{191} = 2^{192}$$

$$2 \times 2^{193} = 2^{194}$$

$$2 \times 2^{195} = 2^{196}$$

$$2 \times 2^{197} = 2^{198}$$

$$2 \times 2^{199} = 2^{200}$$

$$2 \times 2^{201} = 2^{202}$$

$$2 \times 2^{203} = 2^{204}$$

$$2 \times 2^{205} = 2^{206}$$

$$2 \times 2^{207} = 2^{208}$$

$$2 \times 2^{209} = 2^{210}$$

$$2 \times 2^{211} = 2^{212}$$

$$2 \times 2^{213} = 2^{214}$$

$$2 \times 2^{215} = 2^{216}$$

$$2 \times 2^{217} = 2^{218}$$

$$2 \times 2^{219} = 2^{220}$$

$$2 \times 2^{221} = 2^{222}$$

$$2 \times 2^{223} = 2^{224}$$

$$2 \times 2^{225} = 2^{226}$$

$$2 \times 2^{227} = 2^{228}$$

$$2 \times 2^{229} = 2^{230}$$

$$2 \times 2^{231} = 2^{232}$$

$$2 \times 2^{233} = 2^{234}$$

$$2 \times 2^{235} = 2^{236}$$

$$2 \times 2^{237} = 2^{238}$$

$$2 \times 2^{239} = 2^{240}$$

$$2 \times 2^{241} = 2^{242}$$

$$2 \times 2^{243} = 2^{244}$$

$$2 \times 2^{245} = 2^{246}$$

$$2 \times 2^{247} = 2^{248}$$

$$2 \times 2^{249} = 2^{250}$$



<19

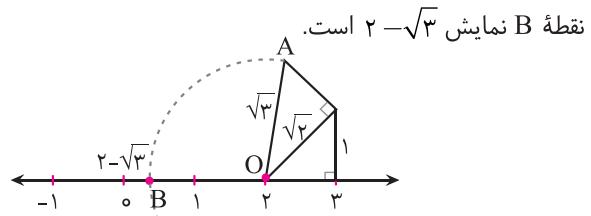
$$11 < \sqrt{129} < 12$$

عدد	$11/5$	$11/4$	$11/3$
مجدور	$132/25$	$129/96$	$127/69$

$\sqrt{129}$ تا یک رقم اعشار برابر $11/3$ می‌شود و به همین ترتیب متوجه می‌شویم که $11/4 < \sqrt{129} < 11/3$ و مانند بالا جدول دیگری تنظیم می‌کنیم.

عدد	$11/35$	$11/36$
مجدور	$128/8225$	$129/496$

پس مقدار تقریبی $\sqrt{129}$ تا دو رقم اعشار برابر $11/35$ می‌شود.
 $\sqrt{129} = 11/35$



نقاط B نمایش $\sqrt{3} - 2$ است.

مساحت مستطیل $x = 16 \times 4 = 64$
 $x^2 = 64 \Rightarrow x = \sqrt{64} \Rightarrow x = 8$

مساحت مربع $\sqrt{81} = -9$ ب. $6 - 3 = 3$

ت. $\sqrt{\frac{14-5}{16}} = \sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$ پ. $\sqrt{\frac{81}{25}} = \frac{9}{5}$

ب. ۹ الف. ۴

الف. ۴

۱۸

$$\sqrt{425} \approx \sqrt{400} < \sqrt{425} < \sqrt{441}$$

عدد	$20/5$	$20/6$	$20/7$
مجدور	$420/25$	$424/36$	$428/49$

به ۲۱ نزدیک‌تر است. پس $\sqrt{425} = 20/6$